张冲,黄大年,秦朋波,等. 重力场向下延拓的三阶 Adams-Bashforth 公式法. 吉林大学学报(地球科学版),2017,47(5):1533-1542. doi:10.13278/j.cnki.jjuese.201705301.

Zhang Chong, Huang Danian, Qin Pengbo, et al. Third-Order Adams-Bashforth Formula Method for Downward Continuation of Gravity Field. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2017, 47 (5): 1533-1542. doi: 10.13278/j.cnki.jjuese.201705301.

重力场向下延拓的三阶 Adams-Bashforth 公式法

张 冲[1],黄大年[1],秦朋波[2],吴国超[3],方 刚[4]

1.吉林大学地球探测科学与技术学院,长春 130026
2.国防科学技术大学机电工程与自动化学院,长沙 410000
3.浙江大学地球科学学院,杭州 310000
4.武警黄金部队第二支队,呼和浩特 010000

摘要:重力场向上延拓是稳定且收敛的过程,而向下延拓是不稳定且发散的过程。为此,本文提出一种重力场向下延拓新方法。首先,对重力场及其垂向一阶导数向上延拓,得到不同高度的重力场垂向导数;然后,基于求解微分方程的三阶 Adams-Bashforth 多步法,推导出稳定的向下延拓公式;最后,为验证本文方法,将其分别应用于模型数据和实际数据。理论模型试验及误差曲线表明,相对于经典下延方法——傅里叶变换下延法和积分迭代下延法,新方法三阶 Adams-Bashforth 公式法下延过程稳定,边界效应不明显,下延深度可达5倍点距,下延结果与真实值的相对误差更小,结果更准确。将本文方法应用于加拿大某区实测航空重力数据,得到有效且准确的下延结果,能够识别和圈定一些细小异常特征。

关键词:重力场下延;垂向导数;Adams-Bashforth 公式

doi:10.13278/j.cnki.jjuese.201705301 **中图分类号**:P631.1 **文献标志码**:A

Third-Order Adams-Bashforth Formula Method for Downward Continuation of Gravity Field

Zhang Chong[1], Huang Danian[1], Qin Pengbo[2],
Wu Guochao[3], Fang Gang[4]

1. *College of GeoExploration Science and Technology, Jilin University, Changchun* 130026, *China*
2. *College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha* 410000, *China*
3. *School of Earth Sciences, Zhejiang University, Hangzhou* 310000, *China*
4. *Second Gold detachment, The Chinese Armed Police Force, Hohhot* 010000, *China*

收稿日期:2016-12-22

作者简介:张冲(1989—),男,博士研究生,主要从事重磁场数据处理与解释研究,E-mail:zhangchong12@mails.jlu.edu.cn

基金项目:国家深部探测技术与实验研究专项项目 SinoPrbe-09-01(201311192);国家高技术研究发展计划("863"计划)项目(2014AA06A613)

Supported by Deep Exploration in China of SinoProbe-09-01 (201311192) and National High-Tech R&D Program ("863" Program) of China(2014AA06A613)

Abstract: Upward continuation of gravity field is considered to be a stable and convergence process, but downward continuation is not. This paper presents a new method of downward continuation of gravity field. Firstly, the gravity field and its vertical first-order derivatives are continued upward to different height. Secondly, the authors derive with the stable downward continuation based on multistep method of Adams-Bashforth formula of third-order of the differential equation. Finally, the method is applied to the synthetic model data and the real data. Compared with the classical downward continuation methods which are the Fourier transform method and integral-iteration method, the synthetic results show that the new method, which is Adams-Bashforth formula of third-order, is more stable, less edge effect, the depth of downward continuation is 5 intervals, the relative error of the downward result and the real value is smaller, and the result is more accurate. The method is applied to the measured airborne gravity data in Canada, and the results obtained are valid and accurate. Small sources are identified and delineated.

Key words: gravity downward continuation; vertical derivative; Adams-Bashforth formula

0 引言

重力场向下延拓是一种重要的数据处理和解释手段[1]。它将异常观测值下延至不同高度,为后续数据分析做准备,能够突出浅部、局部的地质体特征。另外,在重力场辅助导航中,重力数据是无源导航的重要研究内容[2-3],而向下延拓为构建空间重力数据库提供了主要途径。向下延拓的方法有很多种,常用方法有空间域插值下延法[4]、傅里叶变换(FFT)下延法[5]和积分迭代下延法[6-7]等。虽然相对于空间域插值下延法,FFT下延法的计算更简便、速度更快,但由于重力场向下延拓是典型的不适定问题、频率域下延因子具有放大高频成分和数据噪声的效应、傅里叶变换离散过程和截断误差引起的延拓结果振荡等原因,FFT下延法的结果并不稳定,且下延深度较浅,一般只能下延2~3倍点距。为得到稳定的下延结果,不同学者发展了不同的FFT下延法改进方法,如正则化方法[8]、维纳滤波法[9]、匹配滤波法[10-11]等。虽然,这些改进方法使下延稳定性得到了一定提高,但随着向下延拓深度的增大,这些改进方法的下延深度仍不能超过3~5倍点距。相对于FFT下延法,积分迭代下延法能够较好地解决重力场向下延拓的不稳定性,且实现了大点距向下延拓(10~20点距);但其计算需要多次迭代,对噪声产生多次迭代累加,导致计算效率和精度降低[12]。

针对重力场向下延拓的不稳定性等问题,本文基于求解常微分方程的多步思想进行向下延拓,利用Adams-Bashforth公式,引入向上延拓至不同高度的垂向一阶导数,提出空间域重力场向下延拓三阶Adams-Bashforth公式法。然后比较FFT下延法、积分迭代下延法和三阶Adams-Bashforth公式下延法在模型数据应用中的差异,分析这3种下延方法所得结果与真实值的均方误差随下延深度的变化曲线。最后将本文新提出的下延方法应用于实际数据,以验证方法的稳定性和准确性。

1 基本原理

1.1 空间域插值下延法、FFT下延法和积分迭代下延法

1.1.1 空间域插值下延法

重力场向下延拓是求观测高度以下、指向场源方向某一深度的重力场。不同高度的重力场之间的关系[13]表述如下:

$$g(x,y,z_0+h)=\frac{1}{2\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{g(x_0,y_0,z_0)h}{[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+h^2]^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0。\tag{1}$$

式中:$g(x_0,y_0,z_0)$表示观测面的重力场;h为地下距观测面的深度,即下延深度;$g(x,y,z_0+h)$表示观测平面以下、场源以上某一深度的重力场;(x_0,y_0,z_0)为观测面坐标;(x,y)为延拓后平面的水平坐标。

向下延拓问题可视为求积分问题,采用不同积分求取方法可以得到不同形式的延拓方法。然而,

下延边界值有微小变化时,所得下延结果可以产生很大变化,即下延是不稳定的;所以在空间域进行向下延拓一般采用近似方法,常用方法有多项式插值法、级数正则化法和调和分析法等。以复数拉格朗日插值多项式近似计算重力场向下延拓为例,假设测点间距和单位延拓深度均为单位 1。其一般形式为[14]

$$g(x,y,z_0+h)=C_0 g(x_0,y_0,z_0-kh)+\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}C_n[g(x_0+n,y_0+m,z_0-kh)+(x_0-n,y_0-m,z_0-kh)]。\tag{2}$$

式中:$C_n(n=0,1,2,\cdots)$为向下延拓系数;n,m 分别为平面坐标 x_0、y_0 上的插值点数;k 为插值多项式阶数;$-kh$ 为向上延拓距离。

1.1.2　FFT 下延法

一般插值形式下延公式存在计算量大和精度低的问题,自从傅里叶变换引入地球物理解释后,因其表达式简单、计算速度快,经傅里叶变换得到的波数域下延公式法逐渐成为主流方法。在空间域,公式(1)为褶积形式。由于空间域的褶积经过傅里叶变换可变为乘积,所以,对式(1)两边做傅里叶变换,得到波数域的向下延拓公式:

$$G(u,v,z_0+h)=G(u_0,v_0,z_0)\,\mathrm{e}^{2\pi(u^2+v^2)^{\frac{1}{2}}h}。\tag{3}$$

式中:$G(u_0,v_0,z_0+h)$为 $g(x_0,y_0,z_0+h)$的二维傅里叶变换;$G(u_0,v_0,z_0)$为 $g(x_0,y_0,z_0)$的二维傅里叶变换;$(u^2+v^2)^{1/2}$为波数。然后,对公式(3)左侧的 $G(u,v,z_0+h)$进行傅里叶逆变换。此即 FFT 下延法。

1.1.3　积分迭代下延法

由于波数域向下延拓因子 $\mathrm{e}^{2\pi(u^2+v^2)^{1/2}h}$ 具有放大效应,直接利用 FFT 下延法进行重力场向下延拓对含有高频信息或者噪声的数据计算不稳定,延拓2～3 个测点距深度后,结果发散。徐世浙[6] 提出积分迭代下延法,该方法可将下延深度提高到 10～20 倍点距。积分迭代下延法下延步骤如下。

设面Γ_B上的重力异常g_B是已知的,距其下 h 深的面Γ_A上的异常g_A是未知待求的,Γ_B、Γ_A间无场源。首先,将Γ_B上的重力异常垂直等价于g_B的对应点上,作为Γ_A上的初值g_{A1}。其次,从g_A的初值g_{A1},利用频率域向上延拓公式,得到面Γ_B上第一次迭代的计算值g_{B1}:

$$g_{B1}=F^{-1}[g_{A1}\,\mathrm{e}^{-2\pi(u^2+v^2)^{\frac{1}{2}}h}]。\tag{4}$$

式中,F^{-1}为傅里叶逆变换符。进而计算 Γ_B 上的重力异常。也可以使用其他上延方法计算。再次,根据Γ_B上的原始重力值g_B和上延计算重力值g_{B1}的差值对Γ_A上的重力异常g_A进行校正。最后,反复迭代上述过程,直到观测高度上的实测值与计算值的差值小于一个很小的常量,完成下延迭代计算。一般迭代次数为 20～50 次。

但是,由于积分迭代下延法需要进行反复迭代,计算效率不高,同时也会使噪声累加,因此本文提出基于 Adams-Bashforth 公式的重力场向下延拓方法。

1.2　基于 Adams-Bashforth 公式的下延法

在地表上半空间,重力场满足调和函数性质,可以用某一平面重力值计算该空间其他平面(或者点)的数据值,实现由重力场平面值到其垂向空间值的换算,即重力解析延拓。但是,由于地面下半空间的重力场不满足调和函数性质,则由实测值向地表下换算时解不稳定,是不适定问题,即向下延拓结果不稳定。另外,由于重力场求解区域有限,公式(1)积分域为无穷,对重力场做延拓时,需利用有限平面数据数值积分近似替代无限积分。因此,本文基于更广泛适用的物理数学条件,推导了新的向下延拓方法——Adams-Bashforth 公式下延法。

首先,在物理上,重力场不仅是横向连续变化的,还具有垂向连续变化性质[15];其次,在数学上,重力场存在横向和垂向导数,即使不具有调和函数性质,仍然满足微分定理。因此,对重力场的垂直方向做偏导数,即对 z 进行差商,可得到重力场的微分形式:

$$\begin{cases}g'(x,y,z)=f(z,g),z\in[a,b]\\ g(x,y,z_0)=g_{z_0}\end{cases}。\tag{5}$$

式中:$g'(x,y,z)$为重力场的垂向一阶导数;$f(z,g)$为 g 和 z 的函数关系式;g_{z_0}为下延前的重力值。通过数值积分法与待定系数法,得到等式(5)的多步法公式解,一般表现形式[16-17]为

$$\sum_{i=0}^{l}\alpha_i g_i=h\sum_{j=0}^{k}\beta_j f_j。\tag{6}$$

式中:g_i为不同高度的重力场值;f_j为不同高度重力场的垂向一阶导数;l 为重力场高度间隔数;k 为重力场垂向一阶导数高度间隔数;α_i,β_j为多步线性解的系数,是常数,且$\alpha_i=1$,$|\alpha_0|+|\beta_0|\neq 0$。当$\beta_k=0$时,式(6)为显式方法;当$\beta_k\neq 0$时,式(6)为隐

式方法。只要给定 k,确定对α_i、β_j的要求,就可以通过解线性方程组求出α_i、β_j,构造相应的多步法公式。所以,根据常微分方程数值解法的有效方法之一[18-19]——线性多步法的显式 Adams-Bashforth 公式,得到向下延拓公式(1)的表达为

$$g(x,y,z_0+h)=g(x,y,z_0)+h(\beta_0\,g'(x,y,z_0)+\beta_1\,g'(x,y,z_0-h)+\beta_2\,g'(x,y,z_0-2h)+\cdots+\beta_n\,g'(x,y,z_0-nh))。\tag{7}$$

式中:β_0, β_1, β_2, …, β_n的取值可以参考数值计算公式系数表[16];$g'(x,y,z_0)$, $g'(x,y,z_0-h)$, …, $g'(x,y,z_0-nh)$分别为高度z_0, z_0-h, …, z_0-nh 上重力场的垂向一阶导数。

一般情况下,已知观测面上的重力异常场,可以直接测得或者通过计算获得重力异常垂向导数。重力异常垂向导数向上延拓稳定且收敛,则不同高度的重力垂向一阶导数为

$$\begin{cases} G'(u,v,z_0-kh)=G'(u_0,v_0,z_0)\,\mathrm{e}^{-2\pi(u^2+v^2)^{\frac{1}{2}}kh}, \\ g'(u,v,z_0-kh)=F^{-1}\,[G'(u,v,z_0-kh)], \\ k=1,2,\cdots,n。 \end{cases}\tag{8}$$

式中:$G'(u,v,z_0)$是z_0高度频率域重力异常垂向导数;$G'(u,v,z_0-kh)$是上延 kh 高度后频率域重力异常垂向导数。

利用式(8)计算的不同高度重力垂向一阶导数,结合式(7)的数值计算结果即可得到基于 Adams-Bashforth 法重力场向下延拓公式。实际应用时,需选有限阶进行计算。为便于说明,本文选择三阶显式 Adams-Bashforth 公式。重力场向下延拓三阶 Adams-Bashforth 公式法近似表达式为

$$g(x,y,z_0+h)=g(x,y,z_0)+\frac{h}{12}(23\,g'(x,y,z_0)-16\,g'(x,y,z_0-h)+5\,g'(x,y,z_0-2h))。\tag{9}$$

一般情况下,无论是空间域还是频率域,向下延拓前均需要进行扩边处理,以防止延拓结果出现边界效应。但是,扩边方法种类繁多,对于不同数据类型,不同扩边方法对延拓结果影响较大,额外引入扩边方法不利于比较延拓方法本身的好坏。同时,一般下延过程均伴随滤波处理,滤波方法及滤波参数的选择对下延结果有直接影响。因此,为突出延拓方法本身的优缺点,本文所涉及下延方法均不进行任何扩边和滤波处理。

2 模型试验

为说明本文方法效果,在模型试验中给出本文三阶 Adams-Bashforth 下延法与经典 FFT 下延法以及由徐世浙[6]提出的、经过多位学者验证的[2,20-22]、目前较新且较权威的积分迭代下延法结果的比较。

理论模型(图 1)由两个顶底界面埋深不同、大小不一的长方体组合而成:长方体 1(红色标记)x、y 和 z 方向边长分别为 10、20、20 m,中心点坐标为(60, 80, −23),顶界面距地面 13 m,底界面距地面 33 m;长方体 2(蓝色标记)x、y 和 z 方向边长分别为 40、10、20 m,中心点坐标为(60, 50, −25),顶界面距地面为 15 m,底界面距地面 35 m。两个长方体密度相同,与围岩密度差均为 0.9 kg/m^3。地面测网共计 130 条测线,每条测线 130 个测点,网格间距为 1 m。

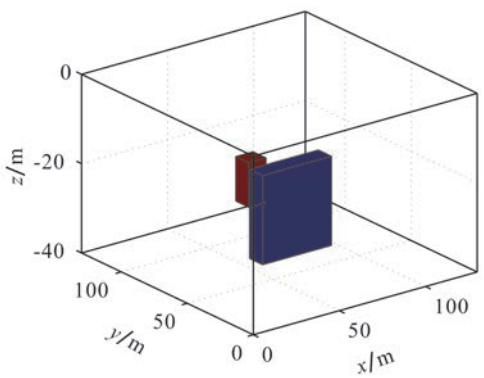


图 1 地下模型空间分布

Fig.1 Position of underground rectangular model

首先将距离地面 0 m、不含噪声的理论重力异常(图 2a)向下延拓 2 m,结果如图 2b 所示。所用垂向一阶导数为理论值,非换算获得;将垂向梯度异常上延至不同高度得到不同高度的垂向一阶导数值。积分迭代下延法迭代步长为 1,收敛误差为 0.000 1 mGal(模型数据的精度也为 0.000 1 mGal),迭代 43 次。由图 2 可知,在均未扩边的情况下,向下延拓 2 m 时:对比下延 2 倍点距的理论异常值(图 2b),本文 Adams-Bashforth 下延法结果(图 2e)更加准确;相对于 FFT 下延法(图 2c),本文 Adams-Bashforth 下延法边界损失小;积分迭代下延法(图 2d)和本文 Adams-Bashforth 下延法

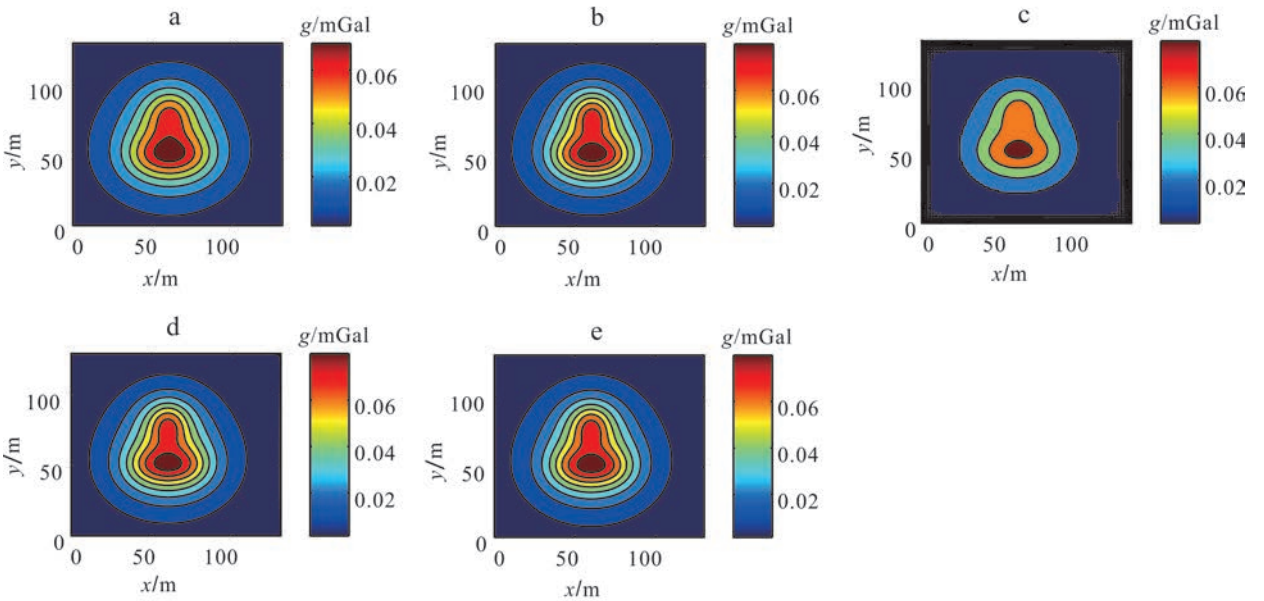
的结果均稳定且收敛,相对于理论下延值,两种方法都能给出准确的下延异常。

对距离地面 0 m、含 5%随机白噪声的理论重力异常值(图 3a)向下延拓 2 m,得到延拓结果(图 3b)。所用垂向一阶导数为含有噪声的理论值,非换算获得;将垂向梯度异常上延至不同高度得到不同高度的垂向一阶导数值。积分迭代下延法迭代步长为 1,收敛误差为 0.000 1 mGal,迭代 50 次(建议最大次数)。由图 3 可知,在未进行扩边、正则化及其他滤波去噪处理情况下,向下延拓 2 m 时:对比下延 2 倍点距的理论含噪异常值(图 3b),本文 Adams-Bashforth 下延法结果(图 3e)更加准确;相对 FFT 下延法(图 3c)和积分迭代下延法(图 3d),本文 Adams-Bashforth 下延法的下延过程稳定且收敛。

再将距离地面 0 m、不含噪声的理论重力异常(图 4a)向下延拓 5 m,结果如图 4b 所示。所用垂向一阶导数依然为理论值;依然将其上延至不同高度得到不同高度的垂向一阶导数值。积分迭代下延法迭代步长为 1,收敛误差为 0.000 1 mGal(模型数据的精度也为 0.000 1 mGal),迭代 50 次。由图 4 可知,在均未扩边的情况下,向下延拓 5 m 时:对比下延 5 倍点距的理论异常值(图 4b),本文 Adams-Bashforth 下延法结果(图 4e)更加准确;相对于 FFT 下延法(图 4c),本文 Adams-Bashforth 下延法收敛;相对积分迭代下延法(图 4d),本文 Adams-Bashforth 下延法的结果边界损失小。

最后对距离地面 0 m、含 5%随机白噪声的理论重力异常值(图 5a)向下延拓 5 m,得到延拓结果(图 5b)。所用垂向一阶导数为含有噪声的理论值,非换算获得;将垂向梯度异常上延至不同高度得到不同高度的垂向一阶导数值。积分迭代下延法迭代步长为 1,收敛误差为 0.000 1 mGal,迭代 50 次(建议最大次数)。在未进行扩边、正则化及其他滤波去噪处理情况下,由图 5 可知,FFT 下延法(图 5c)和积分迭代下延法(图 5d)严重发散,而本文 Adams-Bashforth 下延法过程(图 5e)稳定收敛且具有很好抗噪能力。

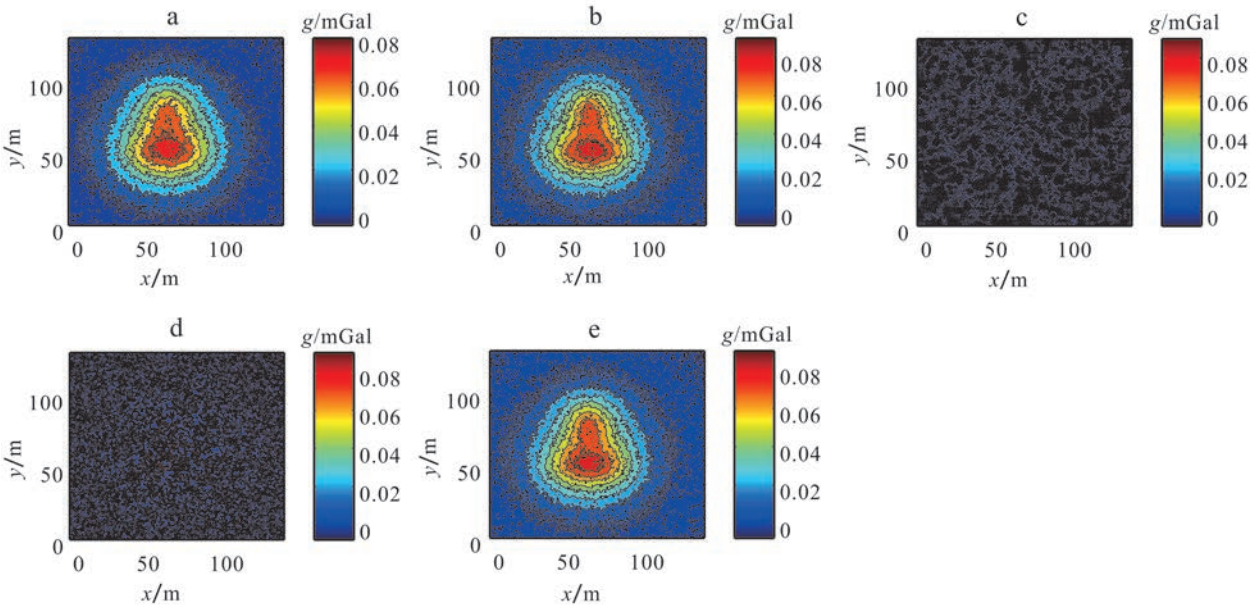
图 6 给出了无噪声数据 FFT 下延法、积分迭代下延法、本文 Adams-Bashforth 下延法计算结果与真实值均方误差随下延点距的对数函数变化曲线。通过对比可知:向下延拓相同点距时,FFT 下延法的均方误差随下延深度增加指数增大,而本文



a. 地面理论计算重力异常;b. 向下 2 m 理论计算重力异常;c. FFT法下延 2 m 结果;d. 积分迭代法下延 2 m 结果;e. 本文方法下延 2 m 结果。

图 2　不含噪声向下延拓 2 m 结果

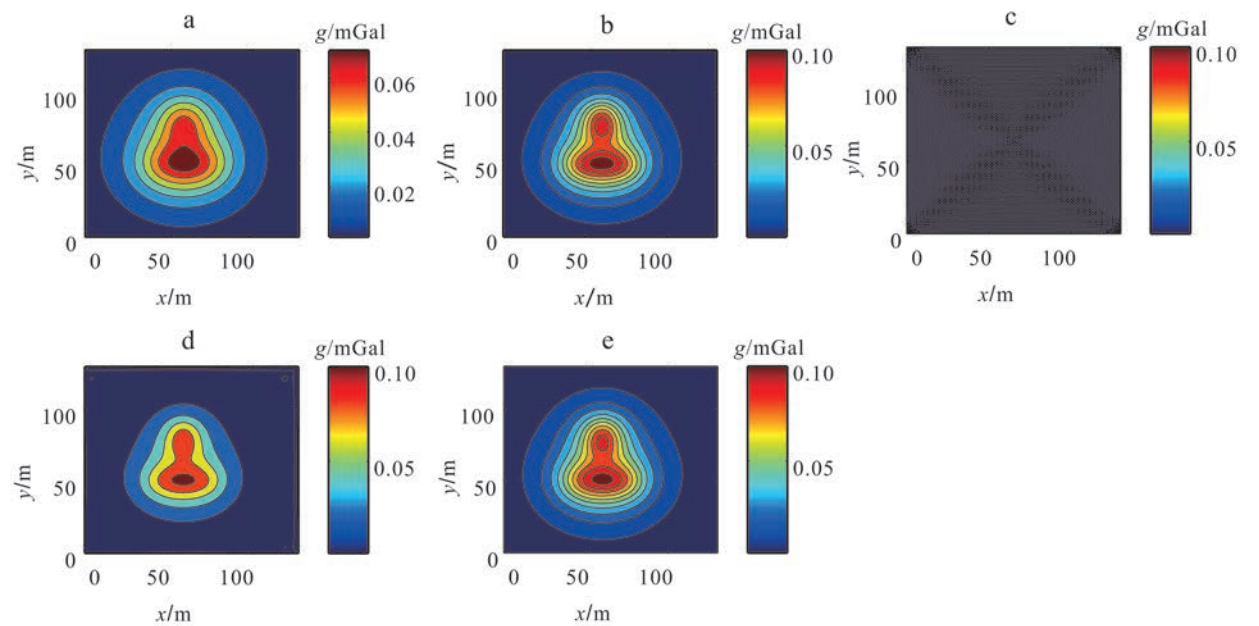
Fig.2　Downward continuation results by 2 m without noises



a. 地面理论计算重力异常;b. 向下 2 m 理论计算重力异常;c. FFT法下延 2 m 结果;d. 积分迭代法下延 2 m 结果;e. 本文方法下延 2 m 结果。

图 3 含 5%噪声向下延拓 2 m 结果

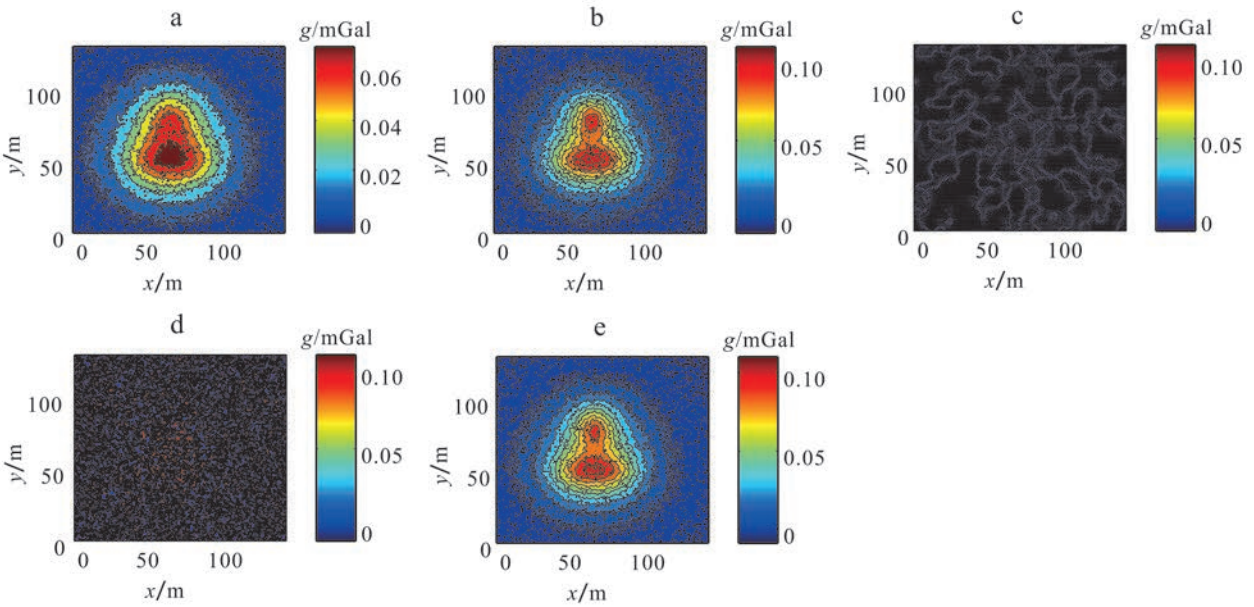
Fig.3 Downward continuation results by 2 m with 5% white noises



a. 地面理论计算重力异常;b. 向下 5 m 理论计算重力异常;c. FFT 法下延 5 m 结果;d. 积分迭代法下延 5 m 结果;e. 本文方法下延 5 m 结果。

图 4 不含噪声向下延拓 5 m 结果

Fig.4 Downward continuation results by 5 m without noises



a. 地面理论计算重力异常；b. 向下 5 m 理论计算重力异常；c. FFT 法下延 5 m 结果；d 积分迭代法下延 5 m 结果；e. 本文方法下延 5 m 结果。

图 5　含 5%噪声向下延拓 5 m 结果

Fig.5　Downward continuation results by 5 m with 5% white noises

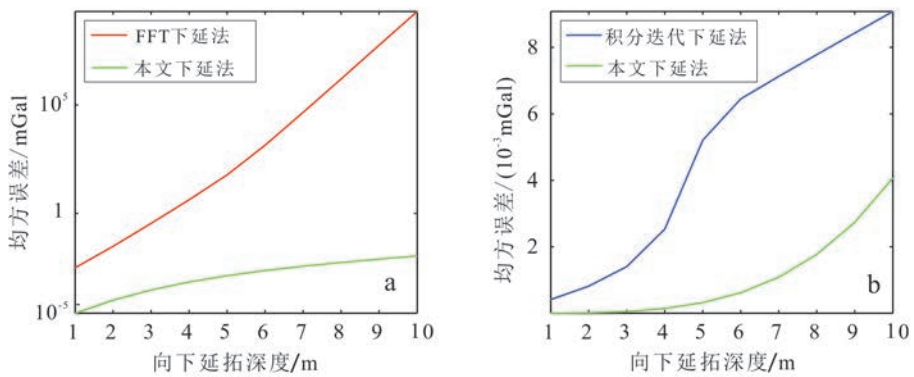


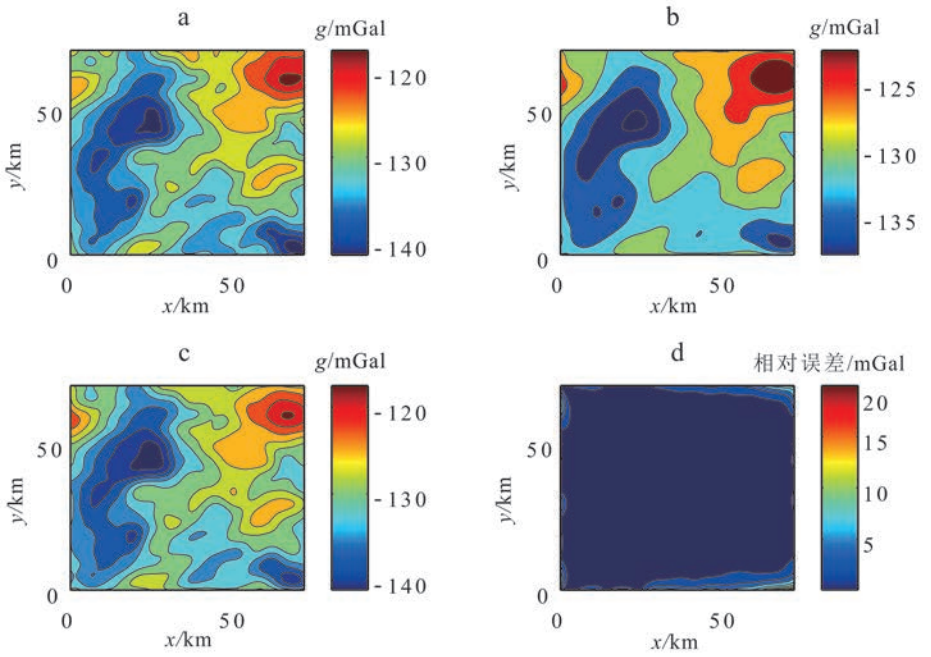
图 6　本文 Adams-Bashforth 下延法与 FFT 下延法(a)、积分迭代下延法(b)计算结果与真实结果均方误差比较

Fig.6　Comparison of the RMS between the real value and the downward continuation results of this Adams-Bashforth method with the FFT method (a) and with the integral-iteration method (b)

Adams-Bashforth 下延法的均方误差小很多(图 6a)；同时，本文 Adams-Bashforth 下延法的均方误差小于积分迭代下延法(图 6b)。均方误差曲线说明本文 Adams-Bashforth 下延法的结果更准确，更接近真实异常值。

3　实际应用

为验证本文提出 Adams-Bashforth 下延法的实际效果，对加拿大某地区实测航空重力数据进行向下延拓。该重力资料网格间距为 400 m，航空布格重力异常(图 7a)以及垂向一阶导数均为实测资料。将实测航空布格重力异常向上延拓 2 000 m，作为上部已知重力异常(图 7b)。将 2 000 m 高度重力异常(图 7b)的垂向一阶导数再分别向上延拓至 4 000 m 和 6 000 m，利用本文三阶 Adams-Bashforth 下延法对图 7b 向下延拓 2000 m，得到



a. 实测布格重力异常;b. 向上延拓5倍点距结果;c. 由b下延5倍点距结果;d. 下延结果c与原始异常a的误差。

图7 实测航空重力异常向下延拓5倍点距结果

Fig.7 Downward continuation results of the real measured airborne gravity anomalies with 5 interval

结果如图7c所示。对比真实重力异常(图7a)和本文方法下延的重力异常(图7c)可以看出,本文延拓结果与实测重力异常吻合,能够很好地恢复下延场中的微小异常信息,得到相对准确的下延结果。延拓后结果与原始异常的相对误差如图7d所示;通过计算,延拓后结果与原始异常的均方误差为1.986 mGal。由此可知,本文的三阶Adams-Bashforth下延法计算结果与真实值之间误差小、边界效应不明显、计算稳定且收敛。

4 结论

本文基于求解常微分方程的Adams-Bashforth公式实现了重力场向下延拓,且对比了FFT下延法、积分迭代下延法和本文方法对不同下延深度的效果,通过模型和实际数据的计算可以得到如下结论:

1)对模型分别下延2倍点距和5倍点距以及对实际数据下延5倍点距,三阶Adams-Bashforth公式下延法能够获得较深且准确的重力场向下延拓结果。

2)与FFT下延法和积分迭代下延法相比,三阶Adams-Bashforth公式下延法的计算更稳定、抗噪能力更强。

3)在三阶Adams-Bashforth公式下延法中,需使用重力异常垂向一阶导数,但是目前国内没有实测重力垂向梯度数据,本文使用实测值;所以仍需研究并解决计算垂向梯度和实测垂向梯度对本文方法的影响。

4)三阶Adams-Bashforth公式下延法可有效应用于实际数据向下延拓处理,对识别重力场的"浅部"和"局部"特征以及重建重力数据进行辅助导航等具有十分重要的意义。

5)本文涉及重力垂向导数的使用,所以值得进一步研究测量垂向导数的重力梯度仪。

致谢:Geosoft公司提供了实测航空重力数据,孙勇博士在笔者工作中提供了帮助,在此一并表示感谢。

参考文献(References):

[1] 高玉文,骆遥,文武.补偿向下延拓方法研究及应用[J].地球物理学报,2012,55(8):2747-2756.
Gao Yuwen, Luo Yao, Wen Wu. The Compensation Method for Downward Continuation of Potential Field from Horizontal Plane and Its Application[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(8):2747-2756.

[2] 张辉, 陈龙伟, 任治新,等. 位场向下延拓迭代法收敛性分析及稳健向下延拓方法研究[J]. 地球物理学报, 2009, 52(4):1107-1113.
Zhang Hui, Chen Longwei, Ren Zhixin, et al. Analysis on Convergence of Iteration Method for Potential Fields Downward Continuation and Research on Robust Downward Continuation Method [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2009, 52(2):511-518.

[3] 张志厚, 吴乐园. 位场向下延拓的相关系数法[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2012, 42(6):1912-1919.
Zhang Zhihou, Wu Leyuan. Correlation Coefficient Method for Downward Continuation of Potential Fields [J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2012, 42(6):1912-1919.

[4] Peters L J. The Direct Approach to Magnetic Interpretation and Its Practical Application [J]. Geophysics, 1949, 14(3):290.

[5] Dean W C. Frequency Analysis for Gravity and Magnetic Interpretation[J]. Geophysics, 2002, 23(1):97.

[6] 徐世浙. 位场延拓的积分-迭代法[J]. 地球物理学报, 2006, 49(4):1176-1182.
Xu Shizhe. The Integral-Iteration Method for Continuation of Potential Fields[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2006, 49(4):1054-1060.

[7] 于德武, 龚胜平. 对迭代法位场向下延拓方法的剖析[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2015, 45(3):934-940.
Yu Dewu, Gong Shengping. Analysis of the Potential Field Downward Continuation Iteration Method [J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2015, 45(3): 934-940.

[8] Tikhonov A N, Glasko V B, Litvinenko O K, et al. Analytic Continuation of a Potential in the Direction of Disturbing Masses by the Regularization Method[J]. Izv Earth Physics, 1968, 12: 30-48.

[9] Clarke G K C. Optimum Second-Derivative and Downward-Continuation Filters[J]. Geophysics, 2012, 34(3), 424.

[10] Pawlowski R S. Preferential Continuation for Potential-Field Anomaly Enhancement [J]. Geophysics, 1995, 60(2): 390-398.

[11] 王彦国, 王祝文, 张凤旭,等. 位场向下延拓的导数迭代法[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2012, 42(1):240-245.
Wang Yanguo, Wang Zhuwen, Zhang Fengxu, et al. Derivative-Iteration Method for Downward Continuation of Potential Fields[J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2012, 42(1):240-245.

[12] 陈生昌, 肖鹏飞. 位场向下延拓的波数域广义逆算法[J]. 地球物理学报, 2007, 50(6):1816-1822.
Chen Shengchang, Xiao Pengfei. Wavenumber Domain Generalized Inverse Algorithm for Potential Field Downward Continuation[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2007, 50(6): 1571-1579.

[13] Blakely R J. Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

[14] 曾华霖. 重力场与重力勘探[M]. 北京:地质出版社, 2005.
Zeng Hualin. Gravity Field and Gravity Exploration [M]. Beijing: Geological Publishing House, 2005.

[15] Fedi M, Florio G. A Stable Downward Continuation by Using the ISVD Method[J]. Geophysical Journal International, 2002, 151(1): 146-156.

[16] Fornberg B. Calculation of Weights in Finite Difference Formulas[J]. Siam Review, 2002, 40(3): 685-691.

[17] 刘冬兵. 四阶 Adams-Bashforth 组合公式的预估-校正方法的对比试验[J]. 西昌学院学报(自然科学版), 2012, 26(3):43-46.
Liu Dongbing. The Comparative Test of Fourth Order Adams-Bashforth Combination Formula Predictor-Corrector Methods[J]. Journal of Xichang College (Natural Science Edition), 2012, 26(3): 43-46.

[18] 王新民,朱洪亮.工程数据:计算方法[M]. 北京:高等教育出版社, 2005.
Wang Xinmin, Zhu Hongliang. Engineering Mathematics: Numerical Methods [M]. Beijing: Higher Education Press, 2005.

[19] Butcher J C. Numerical Methods for Ordinary Differential Equations[M]. Hoboken: Wiley, 2008.

[20] 刘东甲, 洪天求, 贾志海,等. 位场向下延拓的波数域迭代法及其收敛性[J]. 地球物理学报, 2009, 52(6):1599-1605.
Liu Dongjia, Hong Tianqiu, Jia Zhihai, et al. Wave Number Domain Iteration Method for Downward Continuation of Potential Fields and Its Convergence [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2009, 52(6): 1599-1605.

[21] 于波, 翟国君, 刘雁春,等. 噪声对磁场向下延拓迭代法的计算误差影响分析[J]. 地球物理学报, 2009,

52(8):2182-2188.
Yu Bo, Zhai Guojun, Liu Yanchun, et al. Analysis of Noise Effect on the Calculation Error of Downward Continuation with Iteration Method [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2009, 52(8): 2182-2188.

[22] 姚长利, 李宏伟, 郑元满,等. 重磁位场转换计算中迭代法的综合分析与研究[J]. 地球物理学报, 2012, 55(6):2062-2078.
Yao Changli, Li Hongwei, Zheng Yuanman, et al. Research on Iteration Method Using in Potential Field Transformations[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(6):2062-2078.

超星学习通使用指南

为实现期刊数字化转型升级、使期刊文献资源得到更广泛的传播和更深度的开发利用,促进期刊信息服务产业健康、持续、快速发展,我刊与超星公司签订了"域出版"合作协议,以开展移动出版业务。

"域出版"是依托移动互联网的社交手段,目的是打造在线学术交流的互动平台。域出版可以在多元平台上发布,而不同于以往仅在PC端传播,其突破点在于其适合移动终端的传播。即读者可利用碎片化的时间,借助"超星学习通"进行手机终端的阅读。其可为广大作者、读者、专家提供更好更方便快捷的交流平台——作者可了解稿件的进度,即时与编辑或编辑部进行沟通;专家、作者与读者可了解关注的信息资源,接收到最新讯息,随时进行浏览阅读。

超星学习通下载方法:1)打开手机的应用商店(安卓)或app store(苹果),搜索"超星学习通"进行下载安装;2)扫描右方的二维码即可下载。

超星学习通基本说明:其具有强大的资源,包括图书、期刊、报纸、讲座等等,每个人都可以借助这些资源,建立自己的"书房",可以将自己喜欢的图书或文章收藏在书房,进行随时随地的阅读,也可以做笔记,建立自己的专题。

超星学习通小组:超星的"小组"专为志同道合者而组建,类似于qq或微信的"群",但其功能更强大,不仅可以对话交流,还可以直播、打赏等等。

诚邀各位加入我刊建立的小组"吉大学报地学版",邀请码为:xj7019;在这里,您可以直接跟本刊编辑或其他作者进行沟通交流,也可以发布话题,与大家进行讨论。同时诚邀各位将《吉林大学学报(地球科学版)》加入您的收藏,邀请码为:kx212。

《吉林大学学报(地球科学版)》编辑部