

# 考虑土壤剪切变形的铰接式履带车辆转向性能

董 超,成 凯,胡文强,欧阳波,武 畔

(吉林大学 机械科学与工程学院,长春 130022)

**摘要:**为了准确计算求解铰接式履带车辆行驶转向过程中的运动学和力学相关参数,在综合考虑土壤剪切变形和履带滑移/滑转的基础上,采用数学建模的方法建立了铰接式履带车辆行驶转向过程中转向液压缸的运动学模型、转向液压缸的力学模型、铰接式履带车的运动学模型以及履带与地面之间的力学模型;从理论上推导出铰接式履带车行驶转向过程中转向液压缸的角速度、角加速度以及转向半径、履带受到的土壤剪切阻力、转向阻力矩等参数的计算公式,并以某一具体车型为例进行了求解分析。最后采用虚拟样机对所建立的运动学和力学模型进行了验证。该研究成果能为铰接式履带车辆的平稳转向控制以及铰接机构的结构优化等提供理论依据。

**关键词:**机械工程;行驶转向;铰接式履带车;运动学模型;力学模型

**中图分类号:**TH113   **文献标志码:**A   **文章编号:**1671-5497(2016)06-1922-11

**DOI:**10.13229/j.cnki.jdxbgxb201606022

## Steering performance analysis of articulated tracked vehicle considering soil shear deformation

DONG Chao, CHENG Kai, HU Wen-qiang, OUYANG Bo, WU Bin

(College of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)

**Abstract:** In order to accurately solve the kinematic parameters and mechanical parameters of articulated tracked vehicle in turning process, the kinematic model and mechanical model of the vehicle's steering hydraulic cylinder, and the kinematic model and mechanical model between the track and soil are established, in which the soil shear deformation and crawler slip are taken into consideration. The formulas of the angular velocity, angular acceleration of steering hydraulic cylinder, the steering radius, the shear resistance and steering resisting moment are theoretically derived. These formulas are solved numerically for a specific articulated tracked vehicle as an example. Finally a virtual prototype model of the articulated tracked vehicle is adopted to verify the theoretical model. This research can provide theoretical basis for the smooth steering control and structural optimization of articulated tracked vehicle.

**Key words:** mechanical engineering; driving steering; articulated tracked vehicles; kinematic model; mechanical model

收稿日期:2015-10-16.

基金项目:国家自然科学基金项目(51375202).

作者简介:董超(1988-),男,博士研究生.研究方向:工程车辆运动学与动力学. E-mail:miqidongchao@163.com

通信作者:成凯(1962-),男,教授,博士生导师.研究方向:工程车辆运动学与动力学. E-mail:kaicheng62@163.com

## 0 引言

铰接式履带车是一类通过铰接机构将多节车厢串联在一起的特殊车辆, 该型履带车可以自适应地改变位姿来适应各种极限地形(如: 壕沟、沼泽、山地等), 因此铰接式履带车辆相对于其他履带车而言拥有良好的通过性、更大的运载能力以及更强的越野性等优点, 被广泛地应用于军事、农业、林业等工程领域, 在国防安全建设及国民经济建设上发挥着不可替代的作用<sup>[1-3]</sup>。

行驶转向能力作为评价车辆机动性的主要指标已经引起了学者们的广泛关注, 如: 吉林大学成凯等<sup>[4,5]</sup>深入分析了铰接式履带车的转向和俯仰运动性能; 李勇等<sup>[6]</sup>在考虑履带的滑转/滑移现象的基础上建立了四履带车辆稳态转向数学模型并采用虚拟样机对模型进行了验证; Yao 等<sup>[7]</sup>对六履带车行驶转向性能进行了研究; Dai 等<sup>[8]</sup>对深海采矿履带车行驶转向的运动轨迹进行了规划。但是现有的履带车转向模型大多数考虑土壤对履带产生的摩擦力, 未考虑履带与土壤之间的剪切作用, 而铰接式履带车在黏度较大的土壤上行驶转向时土壤的剪切变形会严重影响着车辆的行驶转向性能, 因此采用考虑土壤剪切变形的行驶转向模型来研究铰接式履带车行驶转向性能比传统方法更具有现实意义。

为了建立符合实际情况的铰接式履带车行驶转向模型, 笔者在深入研究履带与土壤剪切作用机理的基础上, 建立了考虑土壤剪切变形的铰接式履带车辆行驶转向模型, 理论上推导出用于计算分析铰接式履带车行驶转向过程中铰接机构的角速度、角加速度以及车辆的转向半径、履带受到的土壤剪切阻力、转向阻力矩等参数的理论公式, 并以某一具体车型为例进行了数值求解, 最后采用虚拟样机技术对模型进行了验证。该研究成果能为铰接式履带车辆的平稳转向控制以及铰接机构的结构优化等提供理论依据。

## 1 车辆行驶转向时铰接机构运动学和动力学分析

### 1.1 铰接式履带车行驶转向机理分析

铰接式履带车是一类采用四履带行走系统的特种车辆, 该型车辆通常由牵引前车、后车以及铰接机构组成。其中铰接机构是车辆的关键组成部分, 它由 4 个液压缸(一对控制车辆左、右转向运

动的液压缸; 另一对控制前、后车体俯仰运动的液压缸)、传动轴轴套、支撑杆以及若干个铰接点组成(见图 1)。通过控制铰接机构中的左、右转向液压缸可以使前车体相对于后车体作左、右摆动运动; 通过控制铰接机构中的俯仰液压缸可以使前车体相对于后车体作上、下俯仰运动; 同时后车体配有的传动轴轴套可以实现前后车体的相对扭转。由于这种特殊的铰接联接方式, 使得铰接式履带车辆可以根据不同的地形条件不断地改变前后车体的位姿, 从而使得履带充分与地面接触, 保证了车辆行驶的安全性。



图 1 铰接机构的三维模型  
Fig. 1 Three-dimensional model of articulated mechanism

铰接式履带车的转向方式不同于传统单履带车。传统单履带车主要通过控制内、外两侧履带的速度差来实现转向运动, 车辆转向过程中受到的转向阻力主要依靠履带主动轮输出来的驱动力来克服。而铰接式履带车转向过程中四条履带的卷绕速度均相等, 通过驱动铰接机构中的转向液压缸来改变前、后车体的位姿, 若铰接机构中的左转向液压缸处于伸长状态, 右转向液压缸处于缩短状态, 则车辆沿着转向轨迹向右转向, 此时前车体相对于后车体转过  $\beta$  角; 若铰接机构中的左转向液压缸处于缩短状态, 右转向液压缸处于伸长状态, 则车辆沿着转向轨迹向左转向, 此时前车体相对于后车体转过  $\beta_1$  角(见图 2), 车辆转向过程中受到的转向阻力主要由转向液压缸提供的驱动力矩来克服。

### 1.2 铰接机构运动学分析

图 3 给出了铰接式履带车行驶转向过程中铰接机构的运动学关系, 从图 3 可以看出: 当车辆未转向时, 左、右转向液压缸均没有收缩, 此时车辆处于直线行驶状态(见图 3(a)); 当车辆向左转向  $\beta_1$  角时, 左、右转向液压缸绕铰接点 O 同时转过  $\beta_1$

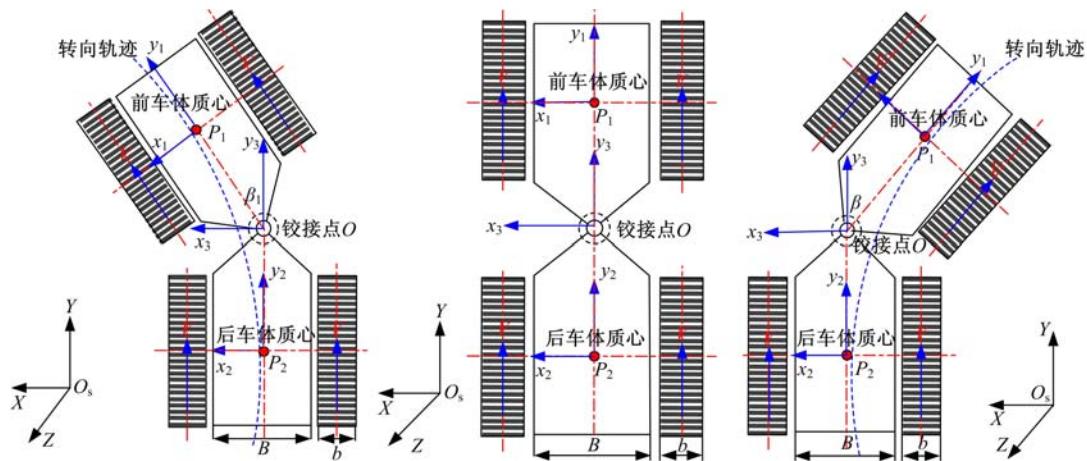
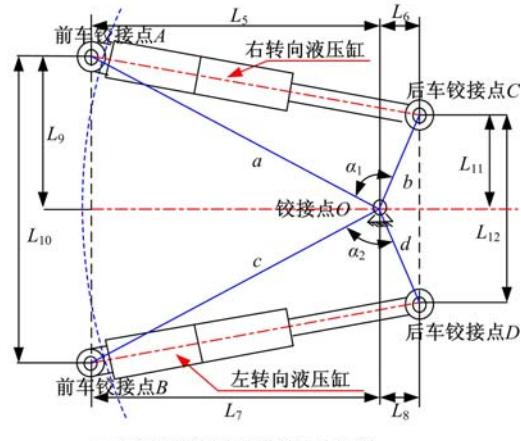


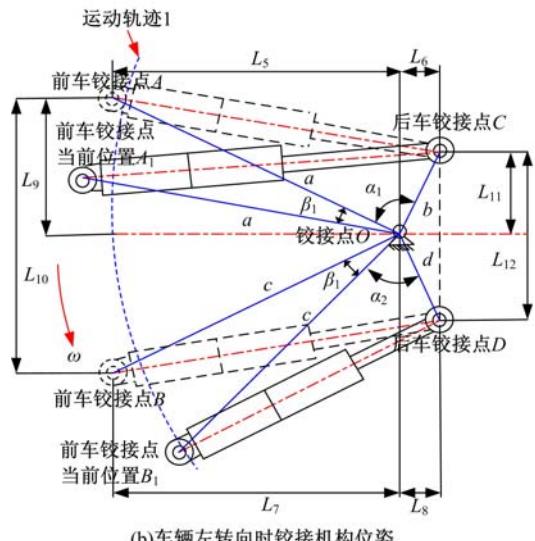
图 2 铰接式履带车辆转向机理示意图

Fig. 2 Turning mechanism of articulated tracked vehicle

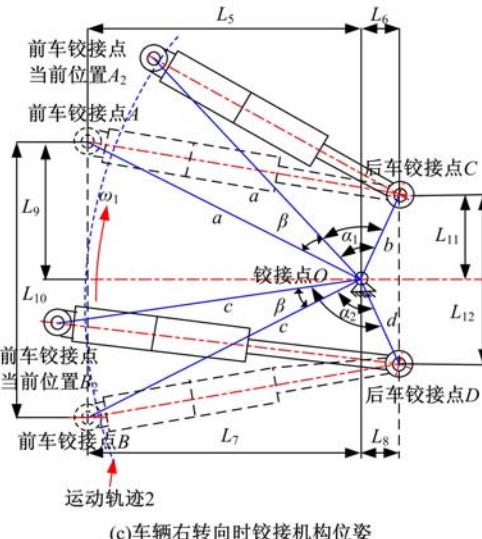
角,此时前车铰接点 A 由初始位置沿着运动轨迹 1 运动到  $A_1$  位置处,且右转向液压缸伸长,前车铰接点 B 由初始位置沿着运动轨迹 1 运动到  $B_1$  位置处,且左转向液压缸缩短(见图 3(b));当车辆向右转向  $\beta$  角时左、右转向液压缸绕铰接点 O



(a) 车辆直线行驶时铰接机构位姿



(b) 车辆左转向时铰接机构位姿

图 3 铰接式履带车辆行驶转向过程中  
铰接机构运动学关系Fig. 3 Kinematic relationship of articulated  
mechanism in the process of turning

同时转过  $\beta$  角,此时前车铰接点 A 由初始位置沿着运动轨迹 2 运动到  $A_2$  位置处,且右转向液压缸缩短,前车铰接点 B 由初始位置沿着运动轨迹 2 运动到  $B_2$  位置处,且左转向液压缸伸长(见图 3(c))。根据图 3 中的几何关系,可得:

$$\begin{cases} l_{A_2 C} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\alpha_1 - \beta)} \\ l_{B_2 D} = \sqrt{c^2 + d^2 - 2cd\cos(\alpha_2 + \beta)} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\beta$  为车辆向右转向时车辆的转向角度;  $a, c$  分别为前车铰接点 A、B 与铰接点 O 之间的距离;  $b, d$  分别为后车铰接点 C、D 与铰接点 O 之间的距离;  $\alpha_1, \alpha_2$  分别为左、右转向液压缸的初始安装角;  $l_{A_2 C}$  为前车铰接点  $A_2$  与后车铰接点 C 之间的距

离;  $l_{B_2 D}$  为前车铰接点  $B_2$  与后车铰接点  $D$  之间的距离。

车辆向右转向时,左、右转向液压缸的伸缩量分别为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta l_1 = \sqrt{c^2 + d^2 - 2cd\cos(\alpha_e + \beta)} - \\ \quad \sqrt{c^2 + d^2 - 2cd\cos\alpha_e} \\ \Delta l_2 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha_l} - \\ \quad \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\alpha_l - \beta)} \end{array} \right. \quad (2)$$

式中:  $\Delta l_1$ 、 $\Delta l_2$  分别为左、右转向液压缸的伸长量和缩短量。

图3中,  $L_5$  为前车铰接点  $A$  与铰接点  $O$  之间的横向距离;  $L_6$  为铰接点  $O$  与后车铰接点  $C$  之间的横向距离;  $L_7$  为前车铰接点  $B$  与铰接点  $O$  之间的横向距离;  $L_8$  为铰接点  $O$  与后车铰接点  $D$  之间的横向距离;  $L_9$  为前车铰接点  $A$  与铰接点  $O$  之间的纵向距离;  $L_{10}$  为前车铰接点  $A$  与前车铰接点  $B$  之间的纵向距离;  $L_{11}$  为后车铰接点  $C$  与铰接点  $O$  之间的纵向距离;  $L_{12}$  为后车铰接点  $C$  与后车铰接点  $D$  之间的纵向距离。

以铰接点  $O$  为坐标原点建立局部坐标系  $x_3 O y_3$ ,该局部坐标系  $x$  轴的正方向沿着车体横向指向左侧;  $y$  轴的正方向沿着车体纵向指向前车(见图2),在此坐标系中对铰接机构中的转向液压缸端点进行角速度矢量进行分析,如图4(a)所示。图4(a)中  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  为车辆直线行驶时,转向液压缸与车辆后车体之间铰接点的初始位置;  $OA$ 、 $OB$  为车辆转向时转向液压缸的回转半径;  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $A_2$ 、 $B_2$  分别为车辆向左和向右转向时,  $A$  点和  $B$  点绕铰接点  $O$  沿各自的运动轨迹旋转  $\beta_1$ 、 $\beta$  角后所处的位置;  $\omega_l$ 、 $\omega$  分别为车辆向左和向右转向的角速度。

以  $A_2$  点为例分析车辆转向过程中各个铰接点处的角速度矢量变化情况,当车辆以转向角速度  $\omega$  向右转向时,  $A_2$  点的各瞬时速度为:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{A_2} = \omega l_{A_2 O} = a\omega \\ v_{A_2 r} = v_{A_2} \sin\psi = Q/s \\ v_{A_2 e} = v_{A_2} \cos\psi = l_{A_2 C} \omega_e = \omega_e [a^2 + \\ \quad b^2 - 2ab\cos(\alpha_l - \beta)]^{1/2} \end{array} \right. \quad (3)$$

式中:  $v_{A_2}$ 、 $v_{A_2 r}$ 、 $v_{A_2 e}$  分别为  $A_2$  点的绝对速度、相对速度和牵连速度;  $Q$  为转向液压缸的流量;  $s$  为转向液压缸内压力油的作用面积,对于活塞端而言,  $s = \pi D^2 / 4$ ,  $D$  为油缸缸筒内径,对于活塞杆而

言  $s = \pi d_1^2 / 4$ ,  $d_1$  为活塞杆直径;  $\omega_e$  为  $A_2$  点相对于  $C$  点作牵连运动时的角速度;  $l_{A_2 O}$  为前车铰接点  $A_2$  与铰接点  $O$  之间的距离;  $l_{A_2 C}$  为前车铰接点  $A_2$  与后车铰接点  $C$  之间的距离。

式(3)中的  $\Psi$  角可以根据图4(a)中几何关系求得:

$$\Psi = \arccos \left( \frac{2a^2 - 2ab\cos(\alpha_l - \beta)}{2a\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\alpha_l - \beta)}} \right) \quad (4)$$

### 1.3 铰接机构动力学分析

铰接式履带车转向过程中铰接机构的角加速度矢量如图4(b)所示。

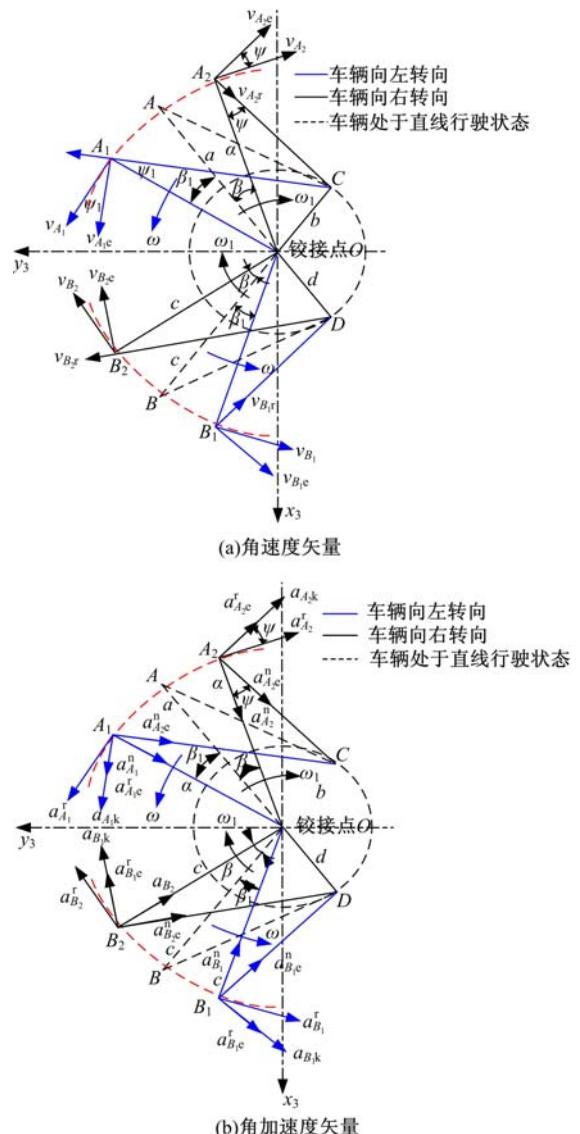


图4 铰接式履带车辆转向过程中铰接机构角速度和角加速度矢量

Fig. 4 Angular velocity and angular acceleration vector of articulated mechanism in process of turning

铰接式履带车转向过程中转向液压缸与前车的铰接点(A点、B点)除了绕着铰接点O作旋转运动之外,还绕着转向液压缸与后车的铰接点(C、D点)作牵连运动,因此转向液压缸与前车铰接点处的绝对加速度是由各点相对于铰接点O作圆周运动的相对加速度和相对于后车铰接点的牵连加速度合成而得,根据理论力学中的加速度合成定理存在下列关系<sup>[9]</sup>:

$a_{A_2} = a_{A_2}^r + a_{A_2}^n = a_{A_2e}^r + a_{A_2e}^n + a_{A_2k} + a_r$  (5)  
式中:  $a_{A_2}$ 、 $a_r$  分别为  $A_2$  点的绝对加速度和相对加速度, 此处由于  $A_2$  点相对于 C 点的速度  $v_r$  为一定值, 所以  $a_r = 0$ ;  $a_{A_2}^r$ 、 $a_{A_2e}^n$  分别为  $A_2$  点的切向加速度和法向加速度;  $a_{A_2e}^r$ 、 $a_{A_2e}^n$  分别为  $A_2$  点绕着 C 点作牵连运动时的切向加速度和法向加速度;  $a_{A_2k}$  为  $A_2$  点的哥氏加速度。

根据图 4(b)中的动力学关系可以得到式(6):

$$\begin{cases} a_{A_2}^r = \epsilon l_{A_2C}; a_{A_2e}^n = \epsilon_e l_{A_2C} \\ a_{A_2k} = 2\omega_t v_r; a_{A_2e}^r = \omega_t^2 l_{A_2C} \\ a_{A_2}^n = \omega_t^2 l_{A_2C} \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $\epsilon$  为车辆转向时车辆的转向角加速度;  $\epsilon_e$  为  $A_2$  点相对于 C 点作牵连运动时的角加速度。

将式(6)代入式(5)中并将各类角加速度投影到  $A_2C$  上, 则有:

$$\alpha \epsilon \sin \Psi + \omega_t^2 l_{A_2C} \cos \Psi = l_{A_2C} \omega_e^2 \quad (7)$$

将式(3)代入式(7)中可得:

$$\epsilon = \omega_e^2 \cot \Psi \left( \frac{\alpha \cos \Psi}{l_{A_2C}} - 1 \right) \quad (8)$$

表 1 给出了铰接式履带车中铰接机构的相关结构参数。将表 1 中给定的数据代入式(1)~式(8)中便可以求得铰接式履带车转向过程中铰接机构运动学和动力学相关参数, 其数值计算结果如表 2 所示。

表 1 铰接机构尺寸参数

Table 1 Structural parameters of articulated mechanism

$a/\text{mm}$	512.4	$b/\text{mm}$	185.3
$c/\text{mm}$	472.6	$d/\text{mm}$	132.5
$p/\text{MPa}$	20	$D_1/\text{mm}$	180
$d_1/\text{mm}$	65	$D_2/\text{mm}$	180
$d_2/\text{mm}$	65	$Q/(L \cdot \text{min}^{-1})$	236
$\alpha_1/(\text{°})$	128	$\alpha_2/(\text{°})$	92

表 2 车辆转向时的转向角速度和角加速度计算结果

Table 2 Angular velocity and angular acceleration calculation results when articulated tracked vehicle turns

转向角 $\beta/(\text{°})$	$\Psi/(\text{°})$		角速度 $/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$		角加速度 $/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$	
	右	左	右	左	右	左
5	14.23	11.99	1.23	0.91	1.28	0.90
10	15.27	10.80	1.15	1.04	0.99	1.35
15	16.26	9.60	1.08	1.17	0.77	1.99
20	17.19	8.35	1.02	1.34	0.60	3.06
25	18.17	7.07	0.968	1.59	0.47	5.20
30	18.68	5.79	0.94	1.92	0.38	9.54
35	19.51	4.51	0.9	2.50	0.29	20.73

注: 以铰接点 A 为例进行求解; “右”表示向右转向时; “左”表示向左转向时。

## 2 铰接履带车行驶转向过程中的运动学和力学模型

### 2.1 运动学模型

铰接式履带车行驶转向时前车作为牵引车在铰接机构的作用下牵引着后车绕转向中心  $O_s$  以转向半径 R 进行稳态转向。理想情况下, 内、外两侧履带的速度瞬心与履带的几何中心  $O_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 重合, 而铰接式履带车实际转向过程中, 由于履带的滑移 / 滑转使得履带的速度瞬心发生横向偏移  $A_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 和纵向偏移  $D_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 车辆转向运动原理具体如图 5 所示。

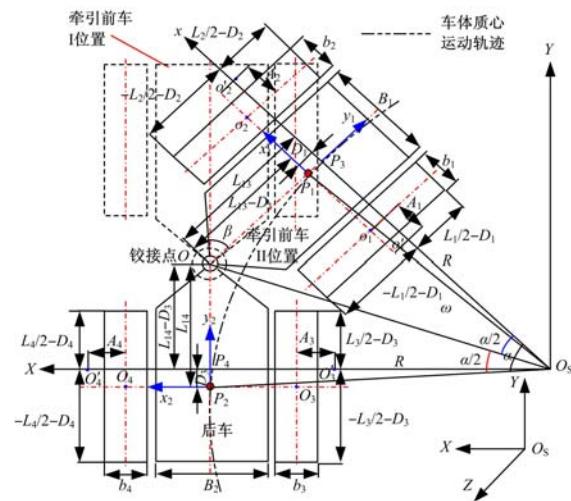


图 5 铰接式履带车辆行驶转向过程中的运动学模型

Fig. 5 Steering kinematic model of articulated tracked vehicle

图 5 中,  $L_{13}$  为铰接点 O 到  $P_3$  点的距离;  $L_{13} - D_1$  为铰接点 O 到  $P_1$  点的距离;  $L_{14}$  为铰接点

O到P<sub>2</sub>点的距离;L<sub>14</sub>-D<sub>3</sub>为铰接点O到P<sub>4</sub>点的距离;∠P<sub>3</sub>O<sub>s</sub>O=∠P<sub>2</sub>O<sub>s</sub>O=∠P<sub>2</sub>O<sub>s</sub>P<sub>3</sub>=α/2;XO<sub>s</sub>Y为系统坐标系;x<sub>1</sub>P<sub>1</sub>y<sub>1</sub>、x<sub>2</sub>P<sub>2</sub>y<sub>2</sub>分别为牵引前车、后车局部坐标系;R为车辆的实际转向半径;P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub>分别为牵引前车、后车质心位置。

当铰接式履带车以转向角β稳态转向时,根据图5中的几何关系有:

$$\begin{cases} \angle\beta + \angle P_1 O P_2 = 180^\circ \\ \angle\alpha + \angle P_1 O P_2 + \angle O P_3 O_s + \angle O P_4 O_s = 360^\circ \\ \angle O P_3 O_s + \angle O P_4 O_s = 180^\circ \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可得:

$$\angle\alpha = \angle\beta \quad (10)$$

根据图5中几何关系,由Rt△O<sub>s</sub>P<sub>1</sub>P<sub>3</sub>的三边关系可得铰接式履带车行驶转向时车辆的转向半径R为:

$$R = \sqrt{l_{O_s P_3}^2 + l_{P_1 P_3}^2} \quad (11)$$

式中:l<sub>P<sub>1</sub>P<sub>3</sub></sub>=D<sub>1</sub>;l<sub>O<sub>s</sub>P<sub>3</sub></sub>可以由Rt△O<sub>s</sub>P<sub>3</sub>O的边角关系求得:

$$l_{O_s P_3} = \frac{l_{O_s O}}{\tan \angle O O_s P_3} = \frac{L_{13}}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{L_{13}}{\tan \frac{\beta}{2}} \quad (12)$$

将式(12)代入式(11)可得铰接式履带车行驶转向时车辆的转向半径R为:

$$R = \sqrt{\left[\frac{L_{13}}{\tan(\beta/2)}\right]^2 + D_1^2} \quad (13)$$

若转向角取最大值β=35°时,将L<sub>13</sub>=4.5 m;D<sub>1</sub>=0.25 m等参数代入式(13)中可以求得铰接式履带车的最小转向半径R=14.1 m。

## 2.2 力学模型

影响铰接式履带车行驶转向性能的因素较多也较为复杂,如:土壤对履带产生的摩擦阻力、履带与土壤之间的推土效应、弹塑性土壤对履带产生的沉陷阻力等。但是铰接式履带车通常行驶的路况相对于其他传统履带车而言较为复杂,通常为山地、沼泽等地形,该类型的地貌大多数以黏度较大的土壤为主,因此铰接式履带车行驶转向时,履带与土壤间的剪切作用是影响车辆行驶转向性能的主要因素,为了便于研究作如下假设:

(1)由于铰接式履带车行驶转向时为了保证行驶安全往往采用低速转向,因此车辆转向过程中不考虑离心力对转向性能的影响。

(2)行驶转向过程中车辆始终作匀速稳态转

向运动且车体质心与车辆的几何中心始终重合。

(3)不考虑履带受到的沉陷阻力以及侧向土壤对履带产生推土阻力的影响。

(4)履带接地段压力为连续线性分布,不计履带张力变化对接地段压力的影响。

### 2.2.1 履带与土壤之间的剪切作用关系

铰接式履带车行驶过程中履带与土壤发生剪切作用,该剪切作用不仅使得土壤发生剪切变形,还会对履带产生剪切阻力,从而影响车辆的转向性能。根据Janosi-Hanamoto土壤剪切理论,履带接地段任意一点(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)处土壤剪切应力为<sup>[10,11]</sup>:

$$\tau = p_i(x_i, y_i) \mu [1 - \exp(-j_i/K)] \quad (14)$$

式中:τ为履带与土壤之间的剪切应力;μ为履带与土壤之间的摩擦因数;K为土壤的抗剪模量;p<sub>i</sub>(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)为履带接地段压力,p<sub>i</sub>(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)=F<sub>zi</sub>/(b<sub>i</sub>L<sub>i</sub>),F<sub>zi</sub>为各条履带上的垂直载荷;j<sub>i</sub>为土壤的剪切变形量:

$$j_i = \sqrt{j_{xi}^2 + j_{yi}^2}, i = 1, 2, 3, 4 \quad (15)$$

式中:j<sub>xi</sub>、j<sub>yi</sub>分别为各条履带接地段上任意一点(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)处土壤剪切变形量在X轴、Y轴方向的分量。

在图6中系统坐标系XO<sub>s</sub>Y下各条履带接地段上任意一点(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)处土壤剪切变形量在X轴、Y轴方向的分量为<sup>[12]</sup>:

$$j_{xi} = (R' \pm \frac{B_k}{2} + x_i) \left\{ \cos \left[ \frac{(L_i/2 - D_i - y_i)\omega}{r_i \omega_i} \right] - 1 \right\} - y_i \sin \left[ \frac{(L_i/2 - D_i - y_i)\omega}{r_i \omega_i} \right] \quad (16)$$

$$i = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2$$

$$j_{yi} = (R' \pm \frac{B_k}{2} + x_i) \sin \left[ \frac{(L_i/2 - D_i - y_i)\omega}{r_i \omega_i} \right] - \left( \frac{L_i}{2} - D_i \right) + y_i \cos \left[ \frac{(L_i/2 - D_i - y_i)\omega}{r_i \omega_i} \right] \quad (17)$$

$$i = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2$$

式中:L<sub>i</sub>为各条履带的长度;D<sub>i</sub>为各条履带的速度瞬心发生纵向偏移量;R'为车辆的实际转向中心到前后车体质心的纵向垂直距离,R'=(R<sup>2</sup>-D<sub>i</sub><sup>2</sup>)<sup>1/2</sup>;B<sub>k</sub>为前、后车体的宽度;r<sub>i</sub>为各条履带驱动轮半径;ω<sub>i</sub>为各条履带驱动轮的角速度,ω<sub>i</sub>=v/r<sub>i</sub>,v为车速。

### 2.2.2 铰接履带车行驶转向时履带受到的土壤剪切阻力

对于履带接地段任意一点(x<sub>i</sub>,y<sub>i</sub>)处取微小

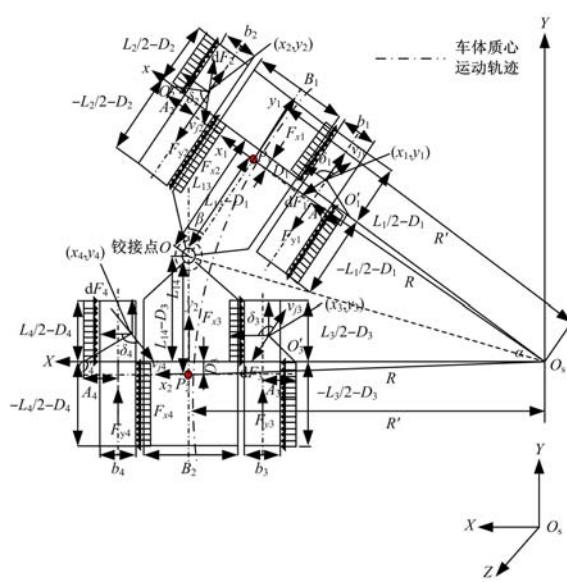


图 6 铰接式履带车辆行驶转向过程中履带与土壤之间的剪切作用

Fig. 6 Shearing action between track and soil in process of turning

单元,则该微小单元所受到的土壤剪切力为:

$$dF_i = \tau_i dA = p_i(x_i, y_i) \mu [1 - \exp(-j_i/K)] dxdy \quad (18)$$

$dF_i$  在 X 轴、Y 轴上的分量分别为:

$$\begin{cases} dF_{xi} = dF_i \cos \delta_i dxdy \\ dF_{yi} = dF_i \sin \delta_i dxdy \end{cases} \quad (19)$$

将式(18)代入式(19),并对其进行积分便可得到弹塑性土壤对履带产生的剪切阻力在 X 轴、Y 轴上的分量分别为:

$$\begin{cases} F_{xi} = \int_{(A_i - \frac{b_i}{2})}^{(A_i + \frac{b_i}{2})} \int_{-(\frac{L_i}{2} + D_i)}^{(\frac{L_i}{2} - D_i)} p_i(x_i, y_i) \mu [1 - \exp(-j_i/K)] \cos \delta_i dxdy \\ F_{yi} = \int_{(A_i - \frac{b_i}{2})}^{(A_i + \frac{b_i}{2})} \int_{-(\frac{L_i}{2} + D_i)}^{(\frac{L_i}{2} - D_i)} p_i(x_i, y_i) \mu [1 - \exp(-j_i/K)] \sin \delta_i dxdy \end{cases} \quad (20)$$

$$i = 1, 2, 3, 4; j_i = j_1, j_2, j_3, j_4$$

弹塑性土壤对履带产生的剪切阻力矩为:

$$M_{ri} = - \int_{(A_i - \frac{b_i}{2})}^{(A_i + \frac{b_i}{2})} \int_{-(\frac{L_i}{2} + D_i)}^{(\frac{L_i}{2} - D_i)} y_i p_i(x_i, y_i) \mu [1 - \exp(-j_i/K)] \cos \delta_i dxdy \quad (21)$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

式中:  $A_i$  为履带的速度瞬心横向偏移量;  $D_i$  为履带的速度瞬心纵向偏移量;  $b_i$  为履带的宽度;  $L_i$  为履带的长度;  $\delta_i$  为履带接地段任意一点  $(x_i, y_i)$  处的滑移速度与 x 轴方向的夹角,有<sup>[13]</sup>:

$$\begin{aligned} \sin \delta_i &= \pm [(R' \pm \frac{B_k}{2} + x) \omega - r_i \omega_i] \\ &\sqrt{[(R' \pm \frac{B_k}{2} + x) \omega - r_i \omega_i]^2 + (y_i \omega)^2} \end{aligned} \quad (22)$$

$$i = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2$$

$$\begin{aligned} \cos \delta_i &= - \frac{y_i \omega}{\sqrt{[(R' \pm \frac{B_k}{2} + x) \omega - r_i \omega_i]^2 + (y_i \omega)^2}} \\ &i = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2 \end{aligned} \quad (23)$$

对于 30 t 铰接式履带车而言,前车质量  $M_1 = 31000 \text{ kg}$ ,后车质量  $M_2 = 29000 \text{ kg}$ ,则各条履带垂直方向上的载荷(kN)和各履带接地压力( $\text{kN/m}^2$ )分别为:

$$\begin{cases} F_{z1} = F_{z2} = \frac{M_1 g}{2} = \frac{31000 \times 9.8}{2} = 151.9 \\ F_{z3} = F_{z4} = \frac{M_2 g}{2} = \frac{29000 \times 9.8}{2} = 142.1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1(x_1, y_1) = \frac{F_{z1}}{b_1 L_1} = 32.11 \\ p_2(x_2, y_2) = \frac{F_{z2}}{b_2 L_2} = 32.11 \\ p_3(x_3, y_3) = \frac{F_{z3}}{b_3 L_3} = 30.04 \\ p_4(x_4, y_4) = \frac{F_{z4}}{b_4 L_4} = 30.04 \end{cases}$$

若铰接式履带车行驶路况为黏性土壤,其相关物理参数如下<sup>[14,15]</sup>:单位面积上的土壤内聚力  $C = 4.14 \text{ kPa}$ ;履带板壁的摩擦角  $\phi_w = 13^\circ$ ;土壤的容重  $\gamma_s = 16 \text{ kN/m}^3$ ;土壤的抗剪模量  $K = 0.0175 \text{ m}$ ;土壤内聚力模量  $k_c = 13.19 \text{ kN/m}^{n+1}$ ;土壤内摩擦力模量  $k_\phi = 692.15 \text{ kN/m}^{n+2}$ ;土壤内摩擦角  $\phi = 13^\circ$ ;土壤变形指数  $n = 0.5$ ;履带与土壤之间的摩擦因数  $\mu = 0.9$ 。车辆的尺寸参数如下:履带接地长度  $L_i = 4.3 \text{ m}$ ;前、后车体宽度  $B_1 = B_2 = 3.2 \text{ m}$ ;车辆最大车速  $v = 20 \text{ km/h}$ ;履带宽度  $b_i = 1.1 \text{ m}$ ;主动轮  $r_i = 0.27 \text{ m}$ ;摩擦因数  $f_{ri} = 0.008$ ;铰接点 O 到  $P_3$  点处的距离  $L_{13} = 4.5 \text{ m}$ ;铰接点 O 到  $P_2$  点处的距离  $L_{14} = 4.5 \text{ m}$ 。

将上述相关参数代入式(14)~式(23)中,利用 Matlab 进行求解便可以得到车辆以最大转向角度  $\beta = 35^\circ$  行驶转向时各履带受到的履带的速度瞬心横向偏移量  $A_i$ 、履带的速度瞬心纵向偏移量  $D_i$ 、弹塑性土壤对履带产生的剪切阻力在 x 轴上的分量  $F_{xi}$ 、弹塑性土壤对履带产生的剪切阻力在

$y$ 轴上的分量  $F_{yi}$  以及弹塑性土壤对履带产生的剪切阻力矩  $M_{ri}$  如表3所示。

表3 铰接式履带车转向时各履带受到的剪切阻力计算结果

Table 3 Calculation results of shear resistance

$A_i/m$	$D_i/m$	$F_{xi}/kN$	$F_{yi}/kN$	$M_{ri}/(kN \cdot m)$
履带1	0.5	0.25	10.12	20.51
履带2	0.75	0.25	9.90	20.26
履带3	0.5	0.25	9.45	19.17
履带4	0.75	0.25	9.25	18.93

### 2.2.3 铰接履带车行驶转向时车辆的转向阻力矩的计算

基于上述假设,铰接式履带车行驶稳态转向时车体受到的力主要由两部分组成:①弹塑性土壤对履带产生的剪切阻力;②车辆转向过程中履带受到的行驶阻力。以顺时针为正方向,图7中前、后车体的各种阻力对铰接点O取力矩分别为:

$$\begin{aligned} \sum T_{O\text{前车I}} &= M_{rl} + M_{r2} + F_{yl}\left(\frac{b_1}{2} + \frac{B_1}{2}\right) + \\ &F_{x1}L_5 + F_{x2}L_5 - F_{y2}\left(\frac{b_2}{2} + \frac{B_2}{2}\right) - \\ &F_{rl}\left(\frac{b_1}{2} + \frac{B_1}{2}\right) + F_{r2}\left(\frac{b_2}{2} + \frac{B_2}{2}\right) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \sum T_{O\text{后车II}} &= M_{r3} + M_{r4} + F_{y3}\left(\frac{b_3}{2} + \frac{B_3}{2}\right) + \\ &F_{x3}(L_6 - D_3) + F_{x4}(L_6 - D_4) - \\ &F_{y4}\left(\frac{b_4}{2} + \frac{B_4}{2}\right) - F_{r3}\left(\frac{b_3}{2} + \frac{B_3}{2}\right) + \\ &F_{r4}\left(\frac{b_4}{2} + \frac{B_4}{2}\right) \end{aligned} \quad (25)$$

式中:  $F_{ri}$  为各履带受到的行驶阻力,  $F_{ri} = f_{ri}F_s$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ )。

铰接式履带车行驶转向时转向液压缸所需要克服的最小转向阻力矩为:

$$T_O = \max\{\sum T_{O\text{前车I}}, \sum T_{O\text{后车II}}\} \quad (26)$$

若取转向角  $\beta = 35^\circ$ , 并将上述所求得的相关参数代入式(24)(25)(26)中, 则可得到铰接式履带车以最大转向半径  $R = 14.1$  m 转向时, 前、后车体所受到的转向阻力矩( $kN \cdot m$ )以及转向液压缸所需要克服的最小转向阻力矩( $kN \cdot m$ )分别为:

$$\begin{cases} \sum T_{O\text{前车I}} = 182.83 \\ \sum T_{O\text{后车II}} = 166.205 \\ T_O = \max\{182.83, 166.205\} = 182.83 \end{cases}$$

根据图7和图8中的受力关系可得前、后车体对铰接点O产生的转向阻力(kN)分别为:

$$\begin{cases} F'_{Ox1} = F_{x1} + F_{x2} = 10.12 + 9.9 = 20.02 \\ F'_{Oy1} = F_{yl} + F_{y2} + F_{rl} + F_{r2} = 20.51 + \\ 20.26 + 1.22 + 1.22 = 43.21 \\ F'_{Ox2} = \frac{F_{x3} + F_{x4}}{\cos\beta} = \frac{9.45 + 9.25}{\cos 35^\circ} = 22.83 \\ F'_{Oy2} = \frac{F_{y3} + F_{y4} - F_{rl} - F_{r2}}{\cos\beta} = (19.17 + \\ 18.93 - 1.14 - 1.14)/\cos 35^\circ = 43.68 \end{cases}$$

根据作用力与反作用力原理, 可得铰接点O处受到的转向阻力为:  $F_{Ox} = \max\{20.02, 22.83\} = 22.83$  kN;  $F_{Oy} = \max\{43.21, 43.68\} = 43.68$  kN。

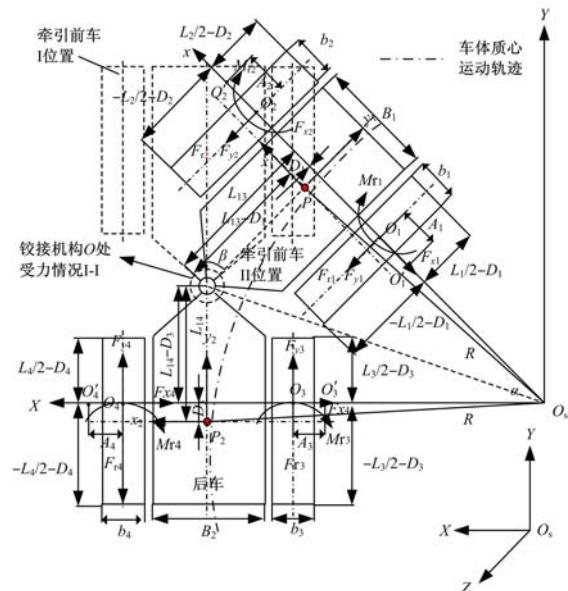


图7 铰接式履带车辆行驶转向过程中车体受力情况

Fig. 7 Force conditions of articulated tracked vehicle in process of turning

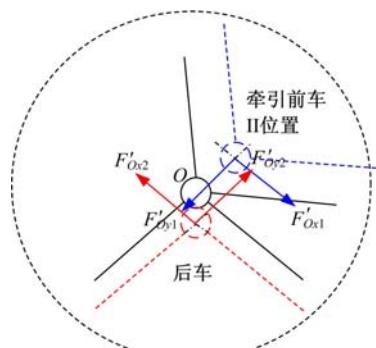


图8 铰接点O处受力情况

Fig. 8 Force conditions at articulated point O

### 2.2.4 铰接机构中的转向液压缸受力分析

设铰接机构中的转向液压缸缸筒内径为  $D$ ; 活塞杆直径  $d$ ; 液压缸内输入油的压力为  $p$ , 则车辆向左行驶转向时转向液压缸所能提供的转向力矩为:

$$M_1 = \frac{p\pi D^2}{4} h_1 + \frac{p\pi(D^2 - d^2)}{4} h_2 \quad (27)$$

式中:  $h_1$ 、 $h_2$  分别为铰接点 O 到转向液压缸 1 和 2 的垂直距离, 根据图 9 中的几何关系可得  $h_1$ 、 $h_2$  分别为:

$$\begin{cases} h_1 = \frac{ab\sin(\alpha_1 - \beta)}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos(\alpha_1 - \beta)}} \\ h_2 = \frac{cd\sin(\alpha_2 + \beta)}{\sqrt{c^2 + d^2 - 2cd\cos(\alpha_2 + \beta)}} \end{cases} \quad (28)$$

同理, 车辆向右行驶转向时转向液压缸所能提供的转向力矩为:

$$M_2 = \frac{p\pi(D^2 - d^2)}{4} h_1 + \frac{p\pi D^2}{4} h_2 \quad (29)$$

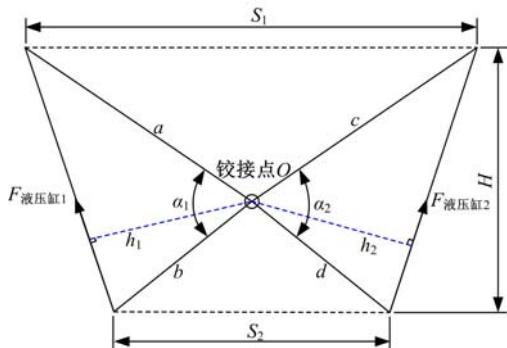


图 9 铰接机构中的转向液压缸受力情况

Fig. 9 Force conditions of steering hydraulic cylinder

若车辆向右转向  $35^\circ$ , 转向液压缸缸内输入油的压力  $p = 35$  MPa; 油缸缸筒内径  $D = 180$  mm; 活塞杆直径  $d = 65$  mm;  $a = 512.4$  mm;  $b = 185.3$  mm;  $c = 472.6$  mm;  $d = 132.5$  mm;  $\alpha_1 = 128^\circ$ ;  $\alpha_2 = 92^\circ$ , 将上述参数代入式(27)(28)(29)中可以求得:  $h_1 = 171.18$  mm;  $h_2 = 74.07$  mm;  $M_1 = 209.72$  kN·m;  $M_2 = 198.45$  kN·m, 转向液压缸所能提供的转向力矩均大于车辆行驶时所受到的转向阻力矩  $182.83$  kN·m, 因此该设计满足实际要求。

### 3 铰接式履带车行驶转向仿真分析

为了验证上述理论计算的正确性, 采用 Recurdyn 软件建立铰接式履带车行驶转向仿真模型进行验证, 该虚拟样机仿真模型由前车体、后

车体、铰接机构、4 条履带系统以及行驶路面组成。设定: 行驶路面工况为黏性土壤; 前车质量为  $31000$  kg; 后车质量为  $29000$  kg; 在 4 条履带的驱动轮上添加角速度驱动函数:  $\text{step}(\text{time}, 2, 0, 3, 20.58 \text{ rad/s}) + \text{step}(\text{time}, 5, 0, 8, -20.58 \text{ rad/s})$  (注: 此处角速度  $\omega_i = v/r_i = 20 \times 1000/3600 \times 0.27$ ); 在铰接机构中的铰接点 O 处添加角度驱动函数:  $\text{step}(\text{time}, 2, 0, 3, 35^\circ) + \text{step}(\text{time}, 5, 0, 8, -35^\circ)$ ; 仿真时间为 8 s。图 10 为铰接式履带车行驶转向仿真模型。

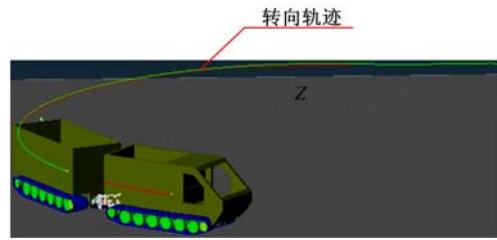


图 10 铰接式履带车行驶转向虚拟样机模型

Fig. 10 Articulated tracked vehicle virtual prototype model in process of turning

为了保证仿真过程中 4 条履带的卷绕速度相同, 在仿真时引入 PID 控制, 定义输入量为履带主动轮的驱动力矩  $T$ ; 输出量为车辆的驱动轮转速  $\Omega_1$ 、 $\Omega_2$ 、 $\Omega_3$ 、 $\Omega_4$  和车辆行驶转向速度  $v$ , 其控制系统如图 11 所示。

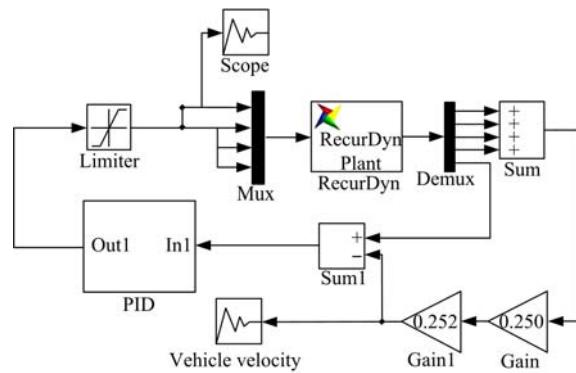


图 11 铰接式履带车行驶转向过程中的控制系统

Fig. 11 Controlling system of articulated tracked vehicle the process of turning

图 12 为虚拟样机仿真得到的铰接履带车行驶转向运动轨迹及其拟合圆, 从图中可以看出: 虚拟样机仿真得到的车辆行驶转向半径为  $15.84$  m, 该值与理论计算值  $14.1$  m 较为接近, 两者误差为  $10.98\%$ , 该误差范围在工程实践中可以接受。

图 13(a) 为铰接式履带车以转向角  $\beta = 35^\circ$  转向时, 虚拟样机仿真得到的铰接履带车铰接点处

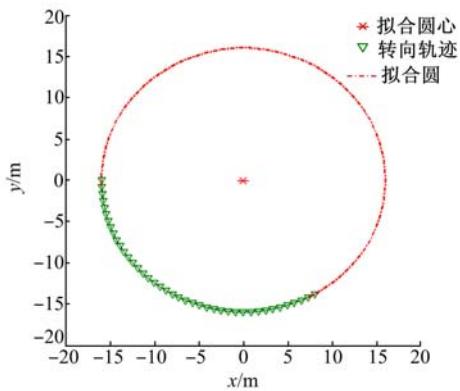


图 12 虚拟样机仿真得到的转向运动轨迹以及拟合圆

Fig. 12 Virtual prototype simulation obtained steering trajectory and fitting circle

的力矩变化曲线。从图中可以看出:0~2 s时铰接点处的力矩为零,此时车辆尚未进行行驶转向运动;当  $t=2$  s时铰接点处的力矩急剧增大,此时车辆开始行驶转向;当  $t=3$  s时铰接点处的力矩趋于平稳状态,在  $200\sim260$  kN·m之间波动,其波动区间与上述理论计算值  $209.72$  kN·m较为接近且大于理论上的转向阻力矩  $182.83$  kN·m,车辆能够顺利实现稳态行驶转向,从而证明了上述理论计算的有效性。当  $t=5$  s时铰接点处的力矩逐渐减小到0,此时铰接履带车逐渐完成转向运动。

图 13(b)为铰接式履带车以转向角  $\beta=35^\circ$  转向时虚拟样机仿真得到的铰接履带车铰接点处  $x$  方向上的受力变化曲线。从图中可以看出:0~2 s时铰接点处  $x$  方向上的受力为零,此时车辆尚未进行行驶转向运动;当  $t=2$  s时铰接点  $O$  处  $x$  方向上的受力急剧增加,此时车辆开始行驶转向;当  $t=3$  s时铰接点处  $x$  方向上的受力趋于平稳状态,在  $15\sim20$  kN之间波动,其波动区间与上述理论计算值  $22.83$  kN较为接近;当  $t=5$  s时铰接点处的力矩逐渐减小到0,此时铰接履带车逐渐完成转向运动。

图 13(c)为铰接式履带车以转向角  $\beta=35^\circ$  转向时虚拟样机仿真得到的铰接履带车铰接点处  $y$  方向上的受力变化曲线。从图中可以看出:0~2 s时铰接点处  $y$  方向上的受力为零,此时车辆尚未进行行驶转向运动;当  $t=2$  s时铰接点  $O$  处  $y$  方向上的受力急剧增加,此时车辆开始行驶转向;当  $t=3$  s时铰接点处  $y$  方向上的受力趋于平稳状态,在  $30\sim40$  kN之间波动,其波动区间与上述理论计算值  $43.68$  kN较为接近;当  $t=5$  s时铰

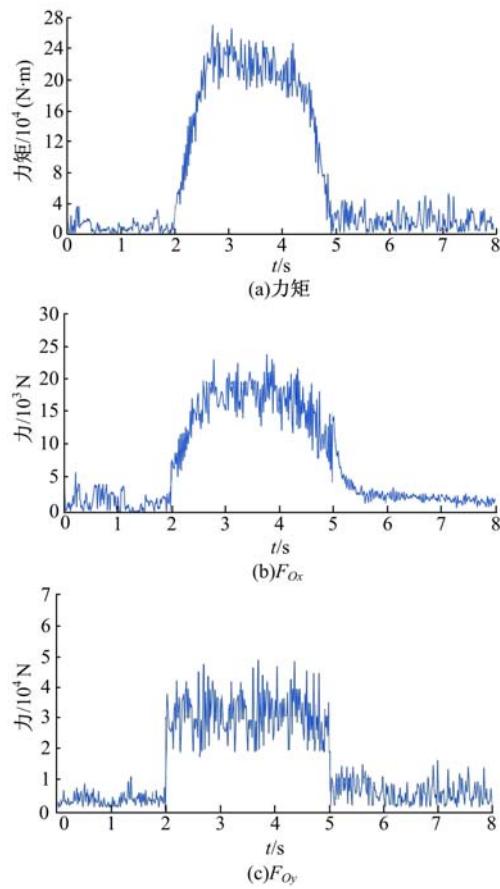


图 13 虚拟样机模型仿真得到的铰接点  $O$  处力和力矩的变化曲线

Fig. 13 Virtual prototype model simulation obtained force and torque variation curve at articulated point  $O$

接点处的力矩逐渐减小到0,此时铰接履带车逐渐完成转向运动。

#### 4 结 论

(1)在分析铰接机构工作机理的基础之上,建立了车辆行驶转向过程中铰接机构的运动学模型以及转向液压缸的力学模型,推导出用于计算铰接机构工作过程中的运动学和转向液压缸的力学相关参数的理论公式,并通过虚拟样机验证了分析方法和计算思路的正确性,能为铰接机构的结构设计、参数选择以及液压系统的设计和控制等提供理论依据。

(2)在研究履带与弹塑性土壤作用机理的基础之上,建立了考虑土壤剪切变形的铰接式履带车行驶转向数学模型,从理论上推导出了用于计算弹塑性土壤对履带产生的剪切阻力、剪切阻力矩的理论公式,为求解铰接式履带车行驶转向过

程中履带与软质路面之间的力学问题提供了理论参考。

(3) 利用建立的铰接式履带车虚拟样机对理论模型进行了验证, 对比结果表明: 虚拟样机仿真模型得到的结果与理论计算值较为接近, 从而验证了理论模型的正确性。同时也说明采用虚拟样机技术对铰接式履带车行驶力学相关问题进行研究是一种高效、快捷的方法。

#### 参考文献:

- [1] Janarthanan B, Padmanabhan C, Sujatha C. Longitudinal dynamics of a tracked vehicle: simulation and experiment[J]. Journal of Terramechanics, 2012, 49(2):63-72.
- [2] Edlund J, Keramati E, Servin M. A long-tracked bogie design for forestry machines on soft and rough terrain[J]. Journal of Terramechanics, 2013, 50(2):73-83.
- [3] 左鹏. 全地形铰接履带车行走系统研究[D]. 长春: 吉林大学机械科学与工程学院, 2012.
- Zuo Peng. Research on travel system of all terrain articulated tracked vehicle[D]. Changchun: School of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, 2012.
- [4] 成凯, 张俊, 曲振东. 铰接履带车转向及俯仰性能研究[J]. 兵工学报, 2012, 33(2):134-141.
- Cheng Kai, Zhang Jun, Qu Zhen-dong. Research on the turning and pitching performances of articulated tracked vehicle [J]. Acta Armamentarii, 2012, 33(2):134-141.
- [5] 成凯, 魏小强, 李贵助. 铰接履带式运输车转向俯仰装置强度刚度分析[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2013, 33(2):95-100.
- Cheng Kai, Wei Xiao-qiang, Li Gui-zhu. Strength and stiffness analysis of articulated steering and pitching device on the all-terrain articulated tracked carrier[J]. Journal of Chang'an University(Natural Science Edition), 2013, 33(2):95-100.
- [6] 李勇, 姚宗伟, 王国强. 四履带车辆转向性能仿真研究[J]. 农业机械学报, 2011, 42(2):34-38.
- Li Yong, Yao Zong-wei, Wang Guo-qiang. Steering performance simulation of four-tracked vehicle[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2011, 42(2):34-38.
- [7] Yao Zong-wei, Wang Guo-qiang, Guo Rui, et al. Theory and experimental research on six-track steering vehicles [J]. Vehicle System Dynamics, 2013, 51(2):218-235.
- [8] Dai Yu, Liu Shao-jun. Theoretical design and dynamic simulation of new mining paths of tracked miner on deep seafloor[J]. Journal of Central South University, 2013, 20(4):918-923.
- [9] 管荣根, 张剑峰, 吴筱春, 等. 铰接转向机构液压传动的动载分析[J]. 机械设计与制造工程, 2000, 29(4):7-9.
- Guan Rong-gen, Zhang Jian-feng, Wu Xiao-chun, et al. The dynamic load analysis of hydraulic transmission in the steering mechanism of hinge joints[J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2000, 29(4):7-9.
- [10] van Quynh L, 张建润, 刘晓波, 等. 振动压路机用于不同土壤地面的平顺性评价[J]. 农业工程学报, 2013, 29(9):39-47.
- van Quynh L, Zhang Jian-run, Liu Xiao-bo, et al. Ride comfort evaluation of vibratory roller under different soil ground[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2013, 29(9):39-47.
- [11] 张克健. 车辆地面力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001:125-130.
- [12] Saarilahti M. Development of a protocol for ecoefficient wood harvesting on sensitive sites[D]. Helsinki: School of Mechatronic Engineering, University of Helsinki, 2002.
- [13] Wong J Y. Theory of Ground Vehicles[M]. Singapore: John Wiley & Sons, 2001.
- [14] 王红岩, 王钦龙, 芮强, 等. 高速履带车辆转向过程分析与试验验证[J]. 机械工程学报, 2014, 50(16):162-171.
- Wang Hong-yan, Wang Qin-long, Rui Qiang, et al. Analyzing and testing verification the performance about high-speed tracked vehicles in steering process [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(16):162-171.
- [15] Al-Milli S, Seneviratne L D, Althoefer K. Track-terrain modelling and traversability prediction for tracked vehicles on soft terrain[J]. Journal of Terramechanics, 2010, 47(3):151-160.