钢-混凝土组合梁静动力响应

张云龙[1],刘占莹[2],吴春利[3],王 静[1]

(1. 吉林建筑大学 交通科学与工程学院,长春 130118;2. 长春建筑学院 交通学院,长春 130607;3. 吉林大学 交通学院,长春 130022)

摘 要:为了准确分析钢-混凝土组合梁的静力和动力响应,基于接触理论和有限单元法的基本思想,提出了组合梁单元的合理位移函数,推导了考虑剪切滑移效应的组合梁单元刚度方程,并结合动力学经典理论,给出了组合梁无阻尼状态下考虑交界面剪切滑移效应的各阶自振频率和振型计算方法。通过具体算例分析了钢-混凝土简支组合梁在竖向荷载作用下的挠度和交界面的剪切滑移应变差沿梁长的分布形态,并与试验结果进行了对比,结果表明:有限元解与试验结果基本一致,说明该有限元解是合理、可信的。利用上述刚度矩阵,基于经典动力学理论,计算了组合梁在考虑剪切滑移效应时的频率和振型,并与完全相互作用的结果进行了对比分析,说明在进行动力响应计算时应考虑剪切滑移的影响,为实际工程的设计提供了一种可靠的理论计算方法。

关键词:桥梁工程;组合梁;接触理论;有限单元法;动力响应

中图分类号:TU311.1;U441 **文献标志码**:A **文章编号**:1671-5497(2017)03-0789-07

DOI:10.13229/j.cnki.jdxbgxb201703014

Static and dynamic responses of steel-concrete composite beams

ZHANG Yun-long[1], LIU Zhan-ying[2], WU Chun-li[3], WANG Jing[1]

(1. *School of Transportation Science & Engineering, Jilin Jianzhu University, Changchun* 130118, *China*; 2. *School of Transportation, Changchun Architecture and Civil Engineering College, Changchun* 130607, *China*; 3. *College of Transportation, Jilin University, Changchun* 130022, *China*)

Abstract: In order to accurately analyze the static and dynamic responses of steel-concrete composite beams, the reasonable element displacement function of the composite beam is derived based on the contact theory and finite element method. The stiffness equation of the composite beam element considering shear slip effect is deduced. Combined with classical dynamics theory, a method of calculating the natural frequencies and vibration mode of the composite beams without damping is established with consideration of the shear slip effect at the interface. As a case study, the deflection of a simply supported steel-composite beam under vertical load and distributed shear slip strain difference along the beam is analyzed. Results show that the finite element solution is in good agreement with the experiment results. Using stiffness matrix the natural frequencies and vibration modes of the beam considering the shear slip effect are calculated and compared with complete

收稿日期:2016-03-21.

基金项目:国家自然科学基金面上项目(51478203).

作者简介:张云龙(1975-),男,副教授,博士. 研究方向:组合梁结构理论. E-mail:zyl_ql@163.com

通信作者:吴春利(1978-),女,讲师,博士. 研究方向:桥梁结构健康监测理论. E-mail:clwu@jlu.edu.cn

interaction results, which suggest that the effect of shear slip effect should be considered in dynamic response calculation. This study provides a reliable calculation method for practical engineering design.

Key words: bridge engineering; composite beam; contact theory; finite element method; dynamic response

0 引 言

钢-混凝土组合梁桥是在钢结构的基础上发展而来的一种新型结构形式。将混凝土板设置在梁的受压部分,将抗拉强度高的钢材设置在梁的受拉部分,两种材料按这种方式结合在一起可以充分发挥各自的优势[1],中国许多桥梁结构都采用这种形式[2]。近年来,清华大学聂建国[3-6]对钢-混凝土组合梁进行了系列研究,推动了组合梁在实际工程中的广泛应用,取得了良好的经济效果。由于组合梁结构的广泛应用,对其抗剪连接件受力性能进行研究显得尤为重要。连接件在钢梁与混凝土板交界面处传递剪力,使其成为整体,但连接件的刚度并非无限大,在传递剪力的过程中会产生变形,从而导致交界面处产生滑移[7]。Ranzi 等[8]分析了刚度及变形等效应对组合梁的影响,提出了考虑滑移和不考虑滑移时的有限元分析方法。试验及研究结果表明[9-11],组合梁的滑移效应会对结构的内力和变形产生不可忽略的影响。

在组合梁的动力响应方面,由经典动力学理论及已有公式可以对不考虑交界面剪切滑移效应的组合梁进行模态分析[12]。目前,我国对组合梁静力特性的研究已经较为深入,但对其动力特性,尤其是在考虑组合梁交界面处剪切滑移效应时的动力特性研究还处于起步阶段[13-16]。东南大学王景全等[17,18]通过室内试验分析了钢-混凝土交界面的滑移效应对组合梁动力性能的影响,指出交界面滑移效应对组合梁自振频率的影响是不容忽视的。所以准确地对振型的形态和频率进行理论分析显得尤为重要。

综上可知,目前钢-混凝土组合梁的设计计算方法仍停留在对经验公式的总结和特定条件下的解析解推导,造成设计理论滞后于生产实际。由于设计方面常用的软件均采用有限元法作为计算的内核,因此推导可靠的考虑剪切滑移效应的组合梁有限元解是在设计计算阶段亟待解决的问题。文献[7]中给出的有限元解会出现剪切锁死现象,影响了计算公式的推广和使用。为了解决这一现象,本文提出了组合梁有限元解合理的位移模式,推导了一种新型有限元解,并经过了试验验证,为考虑剪切滑移效应的组合梁静力分析和动力响应研究奠定了理论基础。

1 试探函数的建立

1.1 基本假定

由于组合梁在受力过程中可以忽略竖向掀起效应产生的影响。二者在外力作用下能够保持共同的曲率,由组合梁的基本性质可以做出如下基本假定:①钢梁和混凝土顶板在变形过程中能够保持平截面;②在钢梁和混凝土顶板交界面处存在剪切滑移效应,交界面处的剪力集度与相对水平位移差成正比;③忽略钢梁与混凝土顶板之间的竖向掀起效应。

1.2 组合梁位移函数的建立

1.2.1 基本位移函数

根据基本假定,组合梁的基本位移函数有 3 个,即混凝土顶板的轴向位移 u_c;钢梁的轴向位移 u_s;组合梁的竖向挠度 v。如图 1 所示,3 个基本函数可表示为:

$$\begin{cases} u_c(x,z_c) = u_{c0}(x) + z_c\varphi(x) \\ v(x) = v(x) \\ u_s(x,z_s) = u_{s0}(x) + z_s\varphi(x) \end{cases} \tag{1}$$

式中:$u_{c0}(x)$ 为混凝土顶板形心处的轴向位移;$u_{s0}(x)$ 为钢梁形心处的轴向位移;$v(x)$ 为组合梁

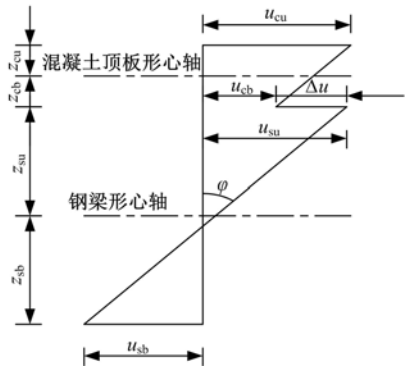


图 1 梁高方向的位移状态

Fig. 1 Displacement state of beam high direction

竖向位移；$\varphi(x)$ 为组合梁的转角，根据弹性力学的基本原理，$\varphi(x)$ 可表示为：

$$\varphi(x)=\mathrm{d}v(x)/\mathrm{d}x \tag{2}$$

由基本假定可知，混凝土顶板底面与钢梁顶面之间的轴向位移差为：

$$\begin{aligned}\Delta u(x)&=u_{\mathrm{su}}(x)-u_{\mathrm{cb}}(x)=\\&u_{\mathrm{s0}}(x)-u_{\mathrm{c0}}(x)+\varphi(x)(z_{\mathrm{cb}}+z_{\mathrm{su}})=\\&u_{\mathrm{s0}}(x)-u_{\mathrm{c0}}(x)+v'(x)z_{\mathrm{d}}\end{aligned} \tag{3}$$

式中：$z_{\mathrm{d}}=z_{\mathrm{cb}}+z_{\mathrm{su}}$，$z_{\mathrm{cb}}$ 为混凝土顶板中性轴至组合梁交界面的距离，z_{su} 为钢梁中性轴至组合梁交界面的距离；$u_{\mathrm{su}}(x)$ 为钢梁顶面的轴向位移；$u_{\mathrm{cb}}(x)$ 为混凝土顶板底面的轴向位移。$\Delta u(x)$ 即为组合梁交界面处的剪切滑移应变差。

1.2.2　组合梁的物理方程

由基本假定可知，混凝土顶板与钢梁交界面处的剪力集度为：

$$\begin{aligned}q(x)&=k\Delta u(x)=\\&k[u_{\mathrm{s0}}(x)-u_{\mathrm{c0}}(x)+v'(x)z_{\mathrm{d}}]\end{aligned} \tag{4}$$

式中：k 为剪力连接件的剪切刚度。

图 2 为微元体受力状态，根据力的平衡关系可得：

$$q(x)=-\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}x} \tag{5}$$

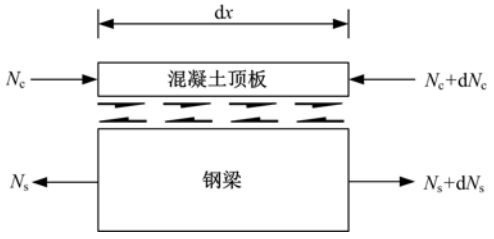


图 2　交界面微元体受力图

Fig. 2　Force diagram of interface volume element

根据材料力学的基本原理，组合梁内力与位移之间的关系为：

$$\begin{cases}N_{\mathrm{c}}(x)=E_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}\varepsilon_{\mathrm{c0}}(x)=E_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}u'_{\mathrm{c0}}(x)\\N_{\mathrm{s}}(x)=E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}\varepsilon_{\mathrm{s0}}(x)=E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}u'_{\mathrm{s0}}(x)\\M_0(x)=E_{\mathrm{s}}I_{\mathrm{s}}k(x)+E_{\mathrm{c}}I_{\mathrm{c}}k(x)=B_0v''(x)\end{cases} \tag{6}$$

式中：E_{c}、I_{c}、A_{c} 分别为混凝土顶板的弹性模量、惯性矩和横断面面积；E_{s}、I_{s}、A_{s} 分别为钢梁的弹性模量、惯性矩和横断面面积；$k(x)$ 为组合梁在 x 截面处的曲率，$k(x)=v''(x)$；$B_0=E_{\mathrm{c}}I_{\mathrm{c}}+E_{\mathrm{s}}I_{\mathrm{s}}$；$N_{\mathrm{c}}(x)$、$N_{\mathrm{s}}(x)$ 分别为混凝土顶板和钢梁的轴力，以受压为正，受拉为负。

1.2.3　组合梁的试探函数

设混凝土顶板的轴向位移函数为：

$$u_{\mathrm{c0}}(x)=c_1+c_2x+c_3x^2+c_4x^3 \tag{7}$$

根据式(5)(6)(7)可得：

$$u''_{\mathrm{s0}}(x)=-2\alpha c_3-6c_4\alpha x \tag{8}$$

式中：$\alpha=E_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}/(E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}})$。

对式(8)进行积分可得：

$$u_{\mathrm{s0}}(x)=-c_3\alpha x^2-c_4\alpha x^3+c_5x+c_6 \tag{9}$$

由式(4)(5)可得：

$$v'(x)=\frac{1}{z_{\mathrm{d}}}u_{\mathrm{c0}}(x)-\frac{1}{z_{\mathrm{d}}}u_{\mathrm{s0}}(x)-\frac{\beta}{z_{\mathrm{d}}}u''_{\mathrm{s0}}(x) \tag{10}$$

式中：$\beta=E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}/K$。

由式(7)(9)(10)可得组合梁的转角为：

$$\begin{aligned}v'(x)=&\frac{1}{z_{\mathrm{d}}}c_2x+\frac{1+\alpha}{z_{\mathrm{d}}}c_3x^2+\frac{2\alpha\beta}{z_{\mathrm{d}}}c_3+\frac{6\alpha\beta}{z_{\mathrm{d}}}c_4x+\\&\frac{1+\alpha}{z_{\mathrm{d}}}c_4x^3-\frac{1}{z_{\mathrm{d}}}c_5x+\frac{1}{z_{\mathrm{d}}}c_7\end{aligned} \tag{11}$$

对式(11)进行积分可得组合梁的竖向位移为：

$$\begin{aligned}v(x)=&\frac{1}{2z_{\mathrm{d}}}c_2x^2+\frac{1+\alpha}{3z_{\mathrm{d}}}c_3x^3+\frac{2\alpha\beta}{z_{\mathrm{d}}}c_3x+\frac{3\alpha\beta}{z_{\mathrm{d}}}c_4x^2+\\&\frac{1+\alpha}{4z_{\mathrm{d}}}c_4x^4-\frac{1}{2z_{\mathrm{d}}}c_5x^2+\frac{1}{z_{\mathrm{d}}}c_7x+c_8\end{aligned} \tag{12}$$

式中：$c_1\sim c_8$ 为待定系数，设单元左侧 i 结点的位移分别为 u_{ci}、u_{si}、v_i、φ_i，单元右侧 j 结点的位移分别为 u_{cj}、u_{sj}、v_j、φ_j，代入式(7)(9)(11)(12)中可解得 8 个待定系数，由此可得到组合梁的位移函数为：

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}=\mathbf{N}\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}} \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{u}^{\mathrm{e}}=[u_{\mathrm{c0}}\quad u_{\mathrm{s0}}\quad v\quad \varphi]^{\mathrm{T}}$ 为单元的位移试探函数；$\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{e}}=[u_{ci}\quad u_{si}\quad v_i\quad \varphi_i\quad u_{cj}\quad u_{sj}\quad v_j\quad \varphi_j]^{\mathrm{T}}$ 为单元的结点位移列阵；$\mathbf{N}$ 为位移函数矩阵，令 $\alpha_1=1+\alpha$，$\beta_1=\alpha_1l(l-2x)-36\alpha\beta$，则矩阵 $\mathbf{N}$ 可写成如下形式：

$$\mathbf{N}=\begin{bmatrix}A_1&A_2&A_3&A_4&A_5&A_6&A_7&A_8\\B_1&B_2&B_3&B_4&B_5&B_6&B_7&B_8\\C_1&C_2&C_3&C_4&C_5&C_6&C_7&C_8\end{bmatrix}$$

式中：$A_1=1-\dfrac{x}{l}+\dfrac{(l-x)(l-2x)x}{12\alpha\beta l}$；

$A_2=-\dfrac{(l-x)(l-2x)x}{12\alpha\beta l}$；

$A_3=-\dfrac{6z_{\mathrm{d}}(l-x)x}{\alpha_1l^3}$；

$A_4=-\dfrac{\beta_1(l-x)xz_{\mathrm{d}}}{12\alpha_1\alpha\beta l^2}$；

$A_5=\dfrac{x}{l}-\dfrac{(l-x)(l-2x)x}{12\alpha\beta l}$；

$$A_6=\frac{(l-x)(l-2x)x}{12\alpha\beta l};$$

$$A_7=\frac{6z_d(l-x)x}{\alpha_1 l^3};$$

$$A_8=\frac{\beta_1(l-x)xz_d}{12\alpha_1\alpha\beta l^2};$$

$$B_1=-\frac{(l-x)(l-2x)x}{12\beta l};$$

$$B_2=1-\frac{x}{l}+\frac{(l-x)(l-2x)x}{12\beta l};$$

$$B_3=\frac{6z_d(l-x)\alpha x}{\alpha_1\beta l^3};$$

$$B_4=\frac{\beta_1(l-x)z_d\alpha x}{12\alpha_1\alpha\beta l^2};$$

$$B_5=\frac{(l-x)(l-2x)\alpha x}{12\alpha\beta l};$$

$$B_6=\frac{x}{l}-\frac{(l-x)(l-2x)\alpha x}{12\alpha\beta l};$$

$$B_7=-\frac{6z_d(l-x)\alpha x}{\alpha_1 l^3};$$

$$B_8=-\frac{\beta_1(l-x)z_d\alpha x}{12\alpha_1\alpha\beta l^2};$$

$$C_1=\frac{\alpha_1(l-x)^2x^2}{24\alpha\beta z_d l};$$

$$C_2=-\frac{\alpha_1(l-x)^2x^2+12\beta(1-\alpha)}{24\alpha\beta z_d l};$$

$$C_3=1-\frac{3x^2}{l^2}+\frac{2x^3}{\alpha_1 l^3};$$

$$C_4=x-\frac{2x^2}{l}+\frac{x^3}{l^2}-\frac{\alpha_1(l-x)^2x^2}{24\alpha\beta l};$$

$$C_5=-\frac{\alpha_1(l-x)^2x^2}{24\alpha\beta z_d l};$$

$$C_6=\frac{\alpha_1(l-x)^2x^2}{24\alpha\beta z_d l};$$

$$C_7=\frac{3x^2}{l^2}-\frac{2x^3}{\alpha_1 l^3};$$

$$C_8=-\frac{x^2}{l}+\frac{x^3}{l^2}+\frac{\alpha_1(l-x)^2x^2}{24\alpha\beta l}。$$

2 考虑剪切滑移效应的组合梁单元刚度方程

根据式(13)可得单元内任意截面的应变为：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1=\mathbf{B}_1\boldsymbol{\delta}^e \tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{\varepsilon}_1$ 为单元的应变列阵，可表示为：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1=[\varepsilon_{c0}(x)\quad\varepsilon_{s0}(x)\quad k(x)]^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

$\mathbf{B}_1$ 为应变矩阵，可用如下矩阵表示：

$$\mathbf{B}_1=\begin{bmatrix}b_{11}&b_{12}&b_{13}&b_{14}&b_{15}&b_{16}&b_{17}&b_{18}\\b_{21}&b_{22}&b_{23}&b_{24}&b_{25}&b_{26}&b_{27}&b_{28}\\b_{31}&b_{32}&b_{33}&b_{34}&b_{35}&b_{36}&b_{37}&b_{38}\end{bmatrix} \tag{16}$$

$\mathbf{B}_1$ 中的各元素可按式(17)求解：

$$\begin{cases}b_{ij}=\dfrac{\mathrm{d}n_{ij}}{\mathrm{d}x}\\b_{3j}=\dfrac{\mathrm{d}^2n_{3j}}{\mathrm{d}x^2}\end{cases} \tag{17}$$

式中：$i=1,2;j=1,2,\cdots,8;n_{ij}$ 为位移函数矩阵 $\mathbf{N}$ 中对应的元素。

根据式(3)(13)可得组合梁交界面处的剪切滑移量为：

$$\boldsymbol{\varepsilon}_2=\Delta u(x)=\mathbf{B}_2\boldsymbol{\delta}^e \tag{18}$$

式中：

$$\mathbf{B}_2=[b_{41}\quad b_{42}\quad b_{43}\quad b_{44}\quad b_{45}\quad b_{46}\quad b_{47}\quad b_{48}] \tag{19}$$

矩阵中各元素可采用式(20)求解：

$$b_{4i}=n_{2i}-n_{1i}+\frac{\mathrm{d}n_{3i}}{\mathrm{d}x}z_d \tag{20}$$

将式(15)(18)合并可写成：

$$\boldsymbol{\varepsilon}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\varepsilon}_1\\\boldsymbol{\varepsilon}_2\end{bmatrix}=[\varepsilon_{c0}(x)\quad\varepsilon_{s0}(x)\quad k(x)\quad\Delta u(x)]^{\mathrm{T}} \tag{21}$$

将式(16)(19)合并可写成：

$$\mathbf{B}=[\mathrm{B}_1\quad\mathrm{B}_2]^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}b_{11}&b_{12}&b_{13}&b_{14}&b_{15}&b_{16}&b_{17}&b_{18}\\b_{21}&b_{22}&b_{23}&b_{24}&b_{25}&b_{26}&b_{27}&b_{28}\\b_{31}&b_{32}&b_{33}&b_{34}&b_{35}&b_{36}&b_{37}&b_{38}\\b_{41}&b_{42}&b_{43}&b_{44}&b_{45}&b_{46}&b_{47}&b_{48}\end{bmatrix} \tag{22}$$

基于弹性力学的基本理论，根据式(4)(6)给出的内力与位移的关系，可得组合梁单元的势能函数为：

$$\pi=\int_0^l\frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}\mathrm{d}x-\boldsymbol{\delta}^{e\mathrm{T}}\mathbf{F}^e \tag{23}$$

式中：$\mathbf{D}$ 为结构的刚度；

$$\mathbf{D}=\begin{bmatrix}\mathrm{E_c}\mathrm{A_c}&&&\\&\mathrm{E_s}\mathrm{A_s}&&\\&&B_0&\\&&&k\end{bmatrix}$$

$\mathbf{F}^e$ 为单元结点荷载列阵，由弹性力学基本原理可知：

$$\mathbf{F}^e=\int_0^l\mathbf{N}^{\mathrm{T}}q\mathrm{d}x+\sum_j\mathbf{N}^{\mathrm{T}}(x)P_j+\sum_k\frac{\mathrm{d}\,\mathbf{N}^{\mathrm{T}}(x)}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{M}_k}{l} \tag{24}$$

式中：q 为组合梁单元受到的均布荷载；P_j 为集

中力；M_k 为集中力矩。

根据最小势能原理，对组合梁单元的势能函数取变分，由式(24)可得：

$$\delta\pi = \int_0^l \delta \boldsymbol{\delta}^{e\,\mathrm{T}}\, \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\, \boldsymbol{\delta}^{e}\,\mathrm{d}x - \delta \boldsymbol{\delta}^{e\,\mathrm{T}}\, \boldsymbol{F}^{e} = 0 \tag{25}$$

由式(25)可知，考虑剪切滑移效应的组合梁单元刚度方程为：

$$\boldsymbol{K}^{e}\, \boldsymbol{\delta}^{e} - \boldsymbol{F}^{e} = 0 \tag{26}$$

式中：$\boldsymbol{K}^{e}$ 为单元刚度矩阵，可按式(27)求解：

$$\boldsymbol{K}^{e} = \int_0^l \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{D}\boldsymbol{B}\,\mathrm{d}x \tag{27}$$

根据式(27)即可基于常规有限单元法基本思路求解考虑剪切滑移效应的组合梁的静力响应。

3　有限元解的理论验证

将理论分析与文献[19]给出的试验数据进行对比，结果如图 3 和图 4 所示。从图 3 和图 4 可以看出：本文计算值与试验值有较好的一致性，尤其是挠度的计算结果与试验值吻合得很好，说明该数值解能够对组合梁在竖向荷载作用下的抗弯性能进行合理的分析和计算。

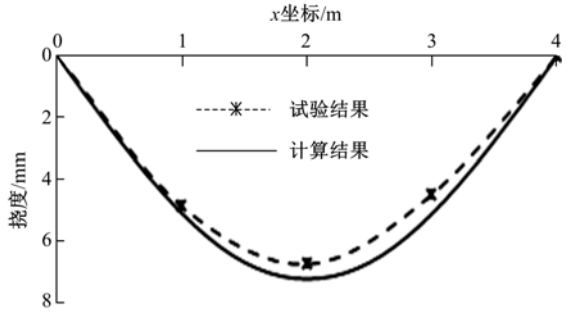


图 3　试验梁的挠曲线

Fig. 3　Deflection curve of test beam

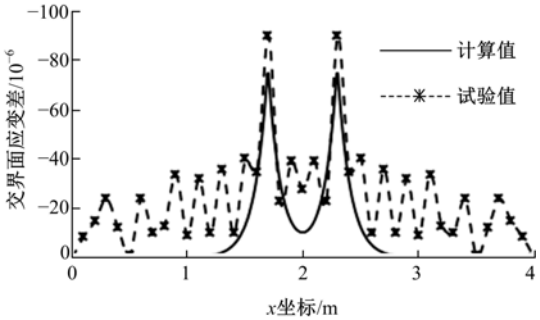


图 4　剪切滑移应变差

Fig. 4　Shear slip strain difference

4　考虑剪切滑移时梁的动力响应

根据式(26)所示单元刚度矩阵和结构动力学可知，无阻尼多自由度体系自由振动方程的推导过程如下。

$$\boldsymbol{M}\boldsymbol{u}'' + \boldsymbol{K}\boldsymbol{u} = 0 \tag{28}$$

式中：$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{K}$ 分别为组合梁的质量和刚度矩阵。

假设多自由度体系自由运动为简谐振动，有：

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{\varphi}\sin(\omega t + \theta) \tag{29}$$

式中：$\boldsymbol{\varphi}$ 表示体系的形状(它不随时间 t 而变化)，对式(29)求二次导数，得到自由振动的加速度为：

$$\boldsymbol{u}''(t) - \omega^2 \boldsymbol{\varphi}\sin(\omega t + \theta) = -\omega^2 \boldsymbol{u}(t) \tag{30}$$

将式(29)(30)代入式(27)有：

$$-\omega^2 \boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}\sin(\omega t + \theta) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{\varphi}\sin(\omega t + \theta) = 0 \tag{31}$$

由于 $\sin(\omega t + \theta)$ 为任意正弦函数，故有：

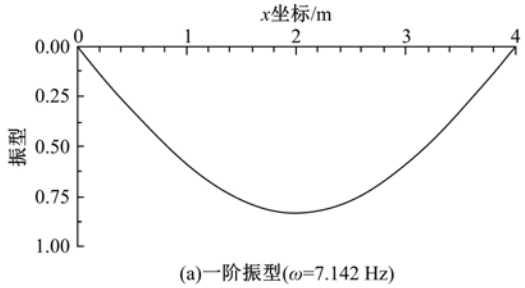
$$(\boldsymbol{K} - \omega^2 \boldsymbol{M})\boldsymbol{\varphi} = 0 \tag{32}$$

式(32)有非零解的条件是：

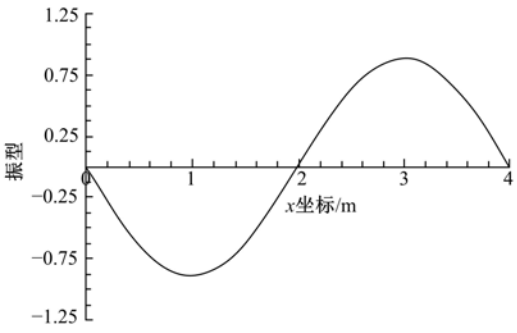
$$\boldsymbol{K} - \omega^2 \boldsymbol{M} = 0 \tag{33}$$

本文根据试验梁的尺寸，在考虑剪切滑移且不考虑阻尼的情况下得到各阶竖向和轴向的自振频率和振型，如图 5 和图 6 所示(此处取前两阶的频率和振型)。

从表 1 和表 2 中可以看出：当考虑剪切滑移时，组合梁的自振频率较完全相互作用有明显减



(a)一阶振型(ω=7.142 Hz)



(b)二阶振型(ω=14.27 Hz)

图 5　组合梁考虑剪切滑移时的竖向振型

Fig. 5　Vertical vibration mode of composite beam considering shear slip effect

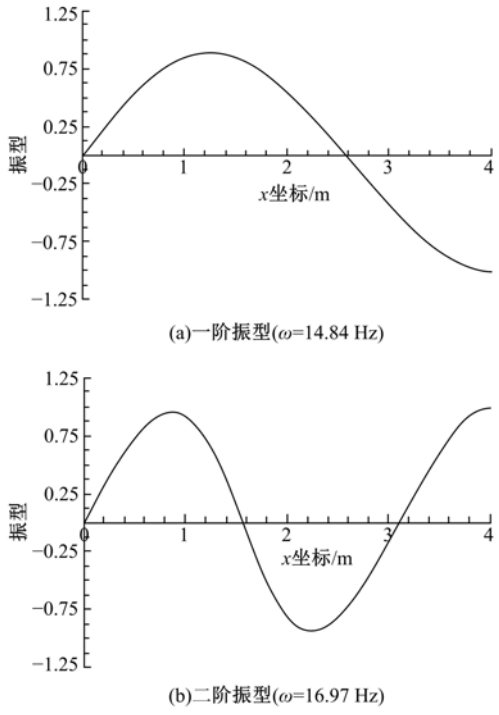


图 6 组合梁考虑剪切滑移时的轴向振型

Fig. 6 Axial vibration mode of composite beam considering shear slip effect

表 1 竖向自振频率和振型

Table 1 Vertical natural frequency and vibration mode

自振频率/Hz	考虑剪切滑移	完全相互作用
ω(1)	7.142	9.236
ω(2)	14.27	18.458

表 2 轴向自振频率和振型

Table 2 Axial natural frequency and vibration mode

自振频率/Hz	考虑剪切滑移	完全相互作用
ω(1)	14.84	13.42
ω(2)	16.97	22.35

小,所以在实际进行动载测试过程中,应考虑剪切滑移的影响。

5 结 论

(1)基于接触理论及有限元基本思想推导了考虑剪切滑移效应时的钢-混凝土组合梁的刚度方程。将计算值与试验结果进行对比分析,验证了该理论的可靠性及合理性。

(2)得到考虑剪切滑移效应的组合梁频率和振型,并与完全相互作用的结果进行对比分析,说明在进行动力响应计算时应考虑剪切滑移的影响。

(3)本文给出的2结点组合梁有限元解可以完美地嵌入到目前流行的桥梁和结构设计软件中,促进了考虑剪切滑移效应的组合梁设计理论的实际推广。

参考文献:

[1]范旭红,石启印,马波. 钢-混凝土组合梁的研究与展望[J]. 江苏大学学报,2004,25(1):89-92.
Fan Xu-hong, Shi Qi-yin, Ma Bo. Development and perspective of steel-concrete composite beams[J]. Journal of Jiangsu University,2004,25(1):89-92.

[2]陈宝春,牟廷敏,陈宜言,等. 我国钢-混凝土组合结构桥梁研究进展及工程应用[J]. 建筑结构学报,2013,34(增刊1):1-10.
Chen Bao-chun, Mu Ting-min, Chen Yi-yan, et al. State-of-the-art of research and engineering application of steel-concrete composite beidges in China[J]. Journal of Building Strctures, 2013, 34(Sup. 1):1-10.

[3]聂建国,余志武. 钢-混凝土组合梁在我国的研究及应用[J]. 土木工程学报,1999,32(2):3-8.
Nie Jian-guo, Yu Zhi-wu. Research and practive of composite steel-concrete beams in China[J]. China Civil Engineering Journal,1999,32(2):3-8.

[4]聂建国,沈聚敏. 滑移效应对钢-混凝土组合梁弯曲强度的影响及其计算[J]. 土木工程学报,1997,30(1):31-36.
Nie Jian-guo, Shen Ju-min. Slip effect on strength of composite steel-concrete beams[J]. China Civil Engineering Journal,1997,30(1):31-36.

[5]聂建国,沈聚敏,余志武. 考虑滑移效应的钢-混凝土组合梁变形计算的折减刚度法[J]. 土木工程学报,1995,28(6):11-17.
Nie Jian-guo, Shen Ju-min, Yu Zhi-wu. A reduced rigidity method for calculating deformation of composite steel-concrete beams[J]. China Civil Engineering Journal,1995,28(6):11-17.

[6]聂建国,陶慕轩. 体外预应力钢-混凝土组合梁受力性能的研究现状与展望[J]. 工程力学,2013,34(增刊2):129-141.
Nie Jian-guo, Tao Mu-xuan. Research status and perspective on externally prestressed steel-concrete composite beams[J]. Engineering Mechanics,2013,34(Sup.2):129-141.

[7]刘寒冰,刘天明,张云龙. 钢-混凝土组合连续梁抗弯性能[J]. 吉林大学学报:工学版,2009,39(6):1486-1491.
Liu Han-bing, Liu Tian-ming, Zhang Yun-long. Bending resistance of steel-concrete composite continu-

ous beam[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2009, 39(6): 1486-1491.

[8] Ranzi G, Zona A. A steel-concrete composite beam model with partial interaction including the shear deformability of the steel component[J]. Engineering Structures, 2007, 29(11): 3026-3041.

[9] Fragiacom M, Amaido C, Macorini L. Finite element model for collapse and long-term analysis of steel-concrete composite beams [J]. Journal of Structural Engineering, 2004, 130(3): 389-497.

[10] Salari M R, Spacone E, Shing P B, et al. Nonlinear analysis of composite beams with deformable shear connectors[J]. Journal of Structural Engineering, 1998, 124(10): 1148-1158.

[11] Sebastion W M, Connel R. Nonlinear FE analysis of steel-concrete composite[J]. Journal of Structural Engineering, 2000, 126(6): 662-674.

[12] 周旺保，蒋丽忠，李书进. 钢-混凝土组合箱梁弯矩曲率恢复力模型研究[J]. 建筑结构学报，2015，36(1)：78-84.
Zhou Wang-bao, Jiang Li-zhong, Li Shu-jin. Moment-curvature restoring force model research of steel-Concrete composite box-beams[J]. Journal of Building Structures, 2015, 36(1): 78-84.

[13] 侯忠明，夏禾，王元清，等. 钢-混凝土组合梁动力折减系数研究[J]. 振动与冲击，2015，34(4)：74-81.
Hou Zhong-ming, Xia He, Wang Yuan-qing, et al. Dynamic reduction coefficients for a steel-concrete composite beam [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(4): 74-81.

[14] 戚菁菁，蒋丽忠，张传增，等. 界面滑移、竖向掀起及剪切变形对钢-混凝土组合连续梁动力性能的影响[J]. 中南大学学报，2010，41(6)：2334-2343.
Qi Jing-jing, Jiang Li-zhong, Zhang Chuan-zeng, et al. Effects of interface slip, vertical uplift and shear deformation on dynamic behavior of steel-concrete composite continuous beams[J]. Journal of Central South University, 2010, 41(6): 2334-2343.

[15] Banerjee J R. Frequency equation and mode shape formulae for composite Timoshenko beams [J]. Composite Structures, 2001, 51(4): 381-388.

[16] 沈旭栋，陈伟球，徐荣桥. 有轴力的部分作用组合梁的动力分析[J]. 振动工程学报，2012，25(5)：514-520.
Shen Xu-dong, Chen Wei-qiu, Xu Rong-qiao. Dynamic analysis of partial-interactive composite beam with axial force[J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(5): 514-520.

[17] 王景全，殷惠光，张书兵，等. 钢-混凝土组合梁考虑界面滑移的振动模态试验研究[J]. 建筑结构学报，2016，37(2)：142-149.
Wang Jing-quan, Yin Hui-guang, Zhang Shu-bing, et al. Experimental investigation on dynamic properties of steel-concrete composite beams considering effect of interfcial slip[J]. Journal of Building Structures, 2013, 37(2): 142-149.

[18] 张书兵，王景全，李明，等. 考虑界面滑移效应的组合梁自振频率计算的修正折减刚度法[J]. 土木工程学报，2015，48(12)：41-49.
Zhang Shu-bing, Wang Jing-quan, Li Ming, et al. A modified stiffness reduction method for calculating the natural frequencies of composite beams considering the effect of interfacial slippage[J]. China Civil Engineering Journal, 2015, 48(12): 41-49.

[19] 张云龙. 体外预应力钢-混凝土组合梁结构行为的实验研究[D]. 长春：吉林大学交通学院，2005.
Zhang Yun-long. Test study of external prestressed composite steel-concrete beams structure [D]. Changchun: College of Transportation, Jilin University, 2005.