

基于乘客平均出行时间最小的公交站距优化模型

杨晓光¹, 徐竞琪¹, 刘好德¹, 付晶燕²

(1. 同济大学 交通运输工程学院, 上海 200092; 2. 中国城市规划设计研究院 城市交通研究所, 北京 100037)

摘要:在解析公交出行过程并分析公交出行距离概率分布规律的基础上,提出了以乘客平均出行时间最小化为目标的公交站距优化模型。通过搜索试算方法求解,得到了乘客平均出行时间与最优站距的基本关系,并结合实际数据讨论了模型主要参数与最优站距的关系及其灵敏程度,从而验证了模型的科学性与有效性。

关键词: 交通运输系统工程; 公共交通; 站距; 出行距离; 优化

中图分类号: U491.17 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5497(2008)04-0802-06

Stop spacing optimization model based on minimizing average travel time of passenger

YANG Xiao-guang¹, XU Jing-qi¹, LIU Hao-de¹, FU Jing-yan²

(1. School of Transportation Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Urban Transport Institute, China Academy of Urban Planning and Design, Beijing 100037, China)

Abstract: A stop spacing optimization model for the objective of minimizing the average travel time of the passengers was proposed based on the analysis of the transit trip process and the probability distribution of the trip distance. The basic relationship between the average trip time of the passengers and the optimal stop spacing was derived by means of a trial-and-error search algorithm. The relationship between the main parameters of the model and the optimal stop spacing and its sensitivity were discussed using the practical data. The effectiveness of the model was validated.

Key words: engineering of communication and transportation system; transit; stop spacing; trip distance; optimization

随着交通问题的日益突出,优先发展公共交通是解决城市交通问题的根本出路、实现城市可持续交通发展的必然选择,目前已在科学研究与工程应用领域得到了广泛共识。一般地,公交线路定线运行、定点停靠;公交站点作为提供车辆停靠、乘客乘降的场所,很大程度上决定着公交线路的运输能力、运营效率和服务水平,是公交系统的重要组成部分。公交站点的设置,宏观层面,应根

据公交线网规划的要求,充分考虑沿线用地性质、换乘便利性、客流需求等进行合理布局;中观层面,站点的布设与其合理站距和服务半径有关;微观层面,停靠站的布设与站点停靠线路数、临近路段和交叉口交通状况等密切相关。其中,确定合理的公交站距是公交系统规划、设计的一项重要工作内容。国外研究方面,Lesley^[1]、Wirasinghe等^[2]分别以时间为衡量标准研究了平均站距优化

收稿日期:2007-05-07.

基金项目:国家自然科学基金重点项目(70631002).

作者简介:杨晓光(1959-),男,教授,博士生导师.研究方向:交通信息工程及控制. E-mail: yangxg@mail. tongji. edu. cn

问题;Furth^[3]采用乘客到达离散模型,以动力学原理为基础研究了最优站点布局模型并应用于波士顿的一条公交线路,得出最优平均站距为 400 m 的结论(现状为 200 m);Saka^[4]建立了基于公交运营成本限制的平均站间距优化模型;Chien 等^[5]建立了能够增加乘客可达性的以总成本最小为目标的最优站距模型。国内研究方面,王炜等^[6]研究了城市公共交通场站的规划方法,提出基于所有乘客出行时间最小的站距优化模型;伍拾媒^[7]通过分析公交车辆从起点到终点的行程时间以及运营成本与公交车行程间的关系,建立了基于公交运营成本限制的公交站距优化模型。

作者在分析公交乘客出行距离概率分布的基础上,以乘客的平均出行时间最小化为优化目标,建立公交站距的优化模型,通过模拟搜索试算方法求解,分析乘客平均出行时间与最优站距的关

系,并讨论该模型的主要参变量与最优站距之间的关系及其灵敏度问题。

1 公交出行过程解析

以出行时间为尺度,分析乘客乘坐公交线路出行的过程。首先对公交系统作如下假设:①采用公交信号优先控制策略,公交车辆通过交叉口时的信号控制延误忽略不计;②公交车由起动至停止的过程为:匀加速至运营速度,匀速行驶,然后匀减速直到停止;③公交线路对沿线客流的吸引为带状,吸引带宽记为 B ,且乘客需求沿线路均匀分布,如图 1 所示;④为了简化分析并考虑普遍的公交接驳交通方式,作者仅考虑步行接驳交通方式,其他的如非机动车、公交、出租等方式的接驳暂不考虑。

基于上述假设,对于一般公交出行者,其基本

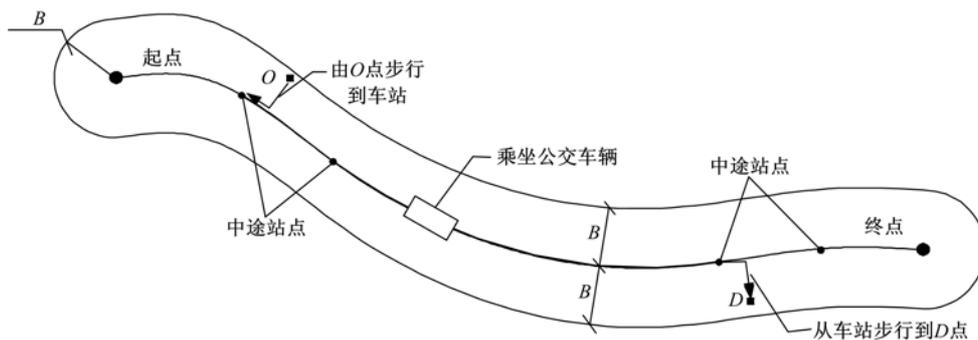


图 1 公交吸引带与乘客步行到达、离开站点示意图

Fig. 1 Transit attractive band and passenger walking distance

出行过程如下:步行到就近公交站,等候公交车,搭乘公交,下车并步行到目的地。则乘坐 i 站(即骑行距离包含 i 个车站区间)的乘客总出行时间 T_i 为步行到站时间 T_0 、候车时间 T_w 、中间车站停靠时间 T_s 、骑行区间内车辆的运行时间 T_r (由 i 个 T_r 组成, T_r 为公交车在两个车站之间的平均行驶时间)、下车车站到目的地的步行时间 T_D 之和,即

$$T_i = T_0 + T_w + T_s + T_r + T_D \quad (1)$$

1.1 出发地到车站的步行时间 T_0 和车站到目的地的步行时间 T_D

乘客由出发地步行到达公交站点的时间与周围道路网密度、公交线路和站点设置情况有关。每个乘客由起点步行到站点的距离都可以简化成垂直于线路方向的步行到线距离和平行于线路方向的步行到站距离(见图 1)。乘客由车站到达目的地的步行距离与此同理。对于一条走向确定的

公交线路来说,垂直于线路方向的步行距离主要与线路的吸引带宽度有关,与设站距离关系不大。而平行于线路方向的步行距离则需要分析乘客选择站距分界点的行为特性,即出行两端的步行时间与乘客选择的上下车站相关,如图 2 所示。

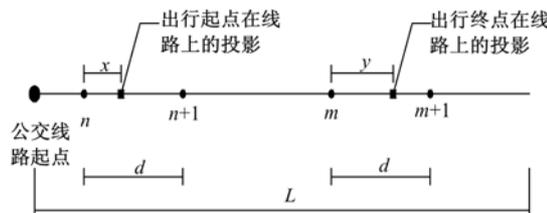


图 2 乘客上下车站示意图

Fig. 2 Passenger board and alight

假设乘客按出行时间最小选取上下车站,则上车前平行线路方向乘客所需时间 T_{00} 为

$$T_{00} = \min((d - x)/v_w, x/v_w + T_r + T_s) \quad (2)$$

下车后的平行线路方向乘客花费时间 T_{DD} 为

$$T_{DD} = \min(y/v_w, (d-y)/v_w + T_r + T_s) \quad (3)$$

式中: v_w 为乘客平均步行速度, m/s; d 为站点的最优站距, m。

令式(2)和式(3)取小函数中两项相等来求取选择相邻两车站上车或下车的界线, 如图 2 所示, 则上车时两站分界线与第 n 站的距离 X 、下车时两站分界线与第 m 站的距离 Y 满足

$$\begin{cases} X = [d - v_w(T_r + T_s)]/2 \\ Y = [d + v_w(T_r + T_s)]/2 \end{cases} \quad (4)$$

基于上文假设③中乘客需求沿线路均匀分布, 则可以推导出, 考虑垂直线路方向步行时间在内的乘客出行上车前和下车后平均步行时间分别为

$$T_o = \frac{d/2 - X + X^2/d + B/2}{v_w} \quad (5)$$

$$T_D = \frac{d/2 - Y + Y^2/d + B/2}{v_w} \quad (6)$$

1.2 候车时间 T_w

候车时间与发车间隔存在函数关系, 与站距无直接关系, 本研究取 $T_w = 0$ 。

1.3 车辆中途站的停靠时间 T_s

停靠时间包括上下客时间和开关门时间。其中, 开关门时间是与车辆性能相关的固定值; 而上下客时间受车辆上、下乘客数量和乘客上、下车方式的影响较大^[8]。本文假设乘客上下车时, 同一个车门只上乘客或只下客, 不允许同时上下客, 且为了简化次要计算, 统一取车辆在每个站点的停靠时间为其平均值。

1.4 乘行区间乘客乘公交车辆的运行时间 T_R

根据上文假设①与②, 忽略交叉口等随机干扰因素影响, 车站间行驶时间包括车辆出站加速时间、站间正常车速行驶时间和车辆进站减速时间。车辆在站间运行速度轨迹如图 3 所示。则 T_R 可表示如下(式中变量符号参见图 3)

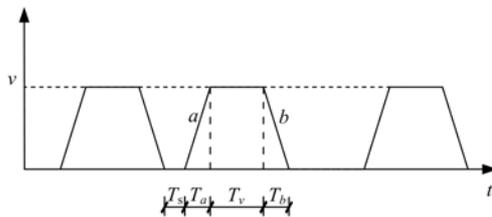


图 3 车辆运行速度与时间关系

Fig. 3 Relationship between bus velocity and time

$$T_R = iT_r = i(T_a + T_b + T_v) = i\left\{\frac{d}{v} + \frac{v}{2a} + \frac{v}{2b}\right\} \quad (7)$$

2 乘客公交出行距离概率分布规律

住房与城乡建设部城市建设研究院通过对我国 20 余座城市居民出行调查资料的分析, 证明居民出行距离的分布近似符合皮尔逊 III 型分布^[9], 即 Γ 分布, 其概率密度函数为^[10]

$$f(x) = \lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x} / \Gamma(r), x \geq 0 \quad (8)$$

式中: $\Gamma(r) = \int_0^{+\infty} x^{r-1} e^{-x} dx$ 。

假设乘客沿公交线路出行的距离分布也符合上述 Γ 分布, 并根据文献[11]中所述方法, 在模拟居民采用公交出行方式的出行距离过程中, 可取 $r=2$, 则

$$\Gamma(2) = \int_0^{+\infty} x e^{-x} dx = 1, x \geq 0, t \geq 0 \quad (9)$$

分布函数为

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx = \int_0^x \lambda^2 x e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda x} (\lambda x + 1) \quad (10)$$

假设利用公交线路出行的最短距离为 Y , 最远距离为 $(L+B)$, 对分布函数和密度函数加以修正即进行归一化处理, 并分别记为 $F^*(x)$ 和 $f^*(x)$, 则有

$$F^*(x) = [F(x) - F(Y)] / [F(L+B) - F(Y)] \quad (11)$$

$$f^*(x) = \lambda^2 x e^{-\lambda x} / [F(L+B) - F(Y)] \quad (12)$$

将 $F(x)$ 的表达式代入式(11)、(12), 可得

$$F^*(x) = \frac{e^{-\lambda Y} (\lambda Y + 1) - e^{-\lambda x} (\lambda x + 1)}{e^{-\lambda Y} (\lambda Y + 1) - e^{-\lambda(L+B)} [\lambda(L+B) + 1]} \quad (13)$$

$$f^*(x) = \frac{\lambda^2 x e^{-\lambda x}}{e^{-\lambda Y} (\lambda Y + 1) - e^{-\lambda(L+B)} [\lambda(L+B) + 1]} \quad (14)$$

以上诸式中: $Y \leq x \leq L+B$ 。

对于公式中的统计参量 λ , 可以通过公交线路的平均乘行距离 D 的表达式求取, 即有

$$D = \int_Y^{L+B} f^*(x) x dx = \frac{e^{-\lambda Y} (\lambda Y^2 + 2Y + 2/\lambda) - e^{-\lambda(L+B)} [\lambda(L+B)^2 + 2(L+B) + 2/\lambda]}{e^{-\lambda Y} (\lambda Y + 1) - e^{-\lambda(L+B)} [\lambda(L+B) + 1]} \quad (15)$$

假设沿公交线路出行距离介于 $(id-X)$ 与

$(id-Y)(1 \leq i < \text{int}(L/d))$ 之间的乘客乘坐 i 个车站区间(由式(4)可知, $X+Y=d$), 则其乘客流量的概率 P_i 为

$$P_i = F^*(id+Y) - F^*(id-X) = \frac{e^{-\lambda(id-X)}[\lambda(id-X)+1] - e^{-\lambda(id+Y)}[\lambda(id+Y)+1]}{e^{-\lambda Y}(\lambda Y+1) - e^{-\lambda(L+B)}[\lambda(L+B)+1]} \quad (16)$$

乘坐同一条线路所有区间的乘客流量概率 P_i 满足

$$P_i = 1 - F^*[\text{int}(L/d)d - X] = 1 - \frac{e^{-\lambda Y}(\lambda Y+1) - e^{\lambda[\text{int}(L/d)d - X]} \{ \lambda[\text{int}(L/d)d - X] + 1 \}}{e^{-\lambda Y}(\lambda Y+1) - e^{-\lambda(L+B)}[\lambda(L+B)+1]} \quad (17)$$

3 平均出行时间最小化站距优化模型

基于上文分析得到的分布规律计算不同出行距离乘客的概率, 可求出乘客出行的总时间与平均时间, 进而建立站距优化模型, 下面分别讨论模型涉及的参变量等问题。

3.1 目标函数

本文站距的优化目标为乘客的平均出行时间最小, 则模型目标函数可表示为

$$\min_d \bar{T} = \sum_{i=1}^{\text{int}(L/d)} Q_i T_i / (60Q) = \sum_{i=1}^{\text{int}(L/d)} P_i T_i / 60 \quad (18)$$

式中: Q_i 为乘坐公交线路 i 个车站的乘客流量(人次/日); Q 为公交线路乘客出行总量(人次/日)。

3.2 决策变量及约束条件

最优站距 $d(m)$ 为本模型的优化决策变量。实际情况下, 公交站距 d 有上下限的约束

$$d_{\min} \leq d \leq d_{\max} \quad (19)$$

最小站距不应小于车辆加速到运营速度一段时间后, 再减速停止所需的行驶距离

$$d_{\min} = \frac{a}{2} \left(\frac{v}{a} \right)^2 + \frac{b}{2} \left(\frac{v}{b} \right)^2 + c = \frac{v^2(a+b)}{2ab} + c \quad (20)$$

式中: c 为匀速行驶的最小距离, 本文取 $c=50$ m。

最大站距考虑到乘客到公交车站的最大容忍步行距离, 即

$$d_{\max} = 2R_s \quad (21)$$

式中: R_s 为公交中途站点的服务半径, m。

3.3 平均出行时间最小化站距优化模型

综上, 基于出行距离概率分布的平均出行时间最小化公交站距优化模型如下

$$\min_d \bar{T} = \sum_{i=1}^{\text{int}(L/d)} P_i T_i / 60$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} P_i = \begin{cases} \text{式(16)}, 1 \leq i \leq \text{int}(L/d) \\ \text{式(17)}, i = \text{int}(L/d) \end{cases} \\ \text{式(15)} \\ \text{式(1)} \\ \text{式(19)} \\ \text{中间参变量求解} \\ \text{根据式(4) ~ (7)、式(20)、(21) 计算} \end{cases} \quad (22)$$

3.4 模型求解算法

站距优化模型中只有一个连续型变量 d , 但是很难得到 d 的显性表达式, 因此无法采用求导数的方法来获得最优站距。作者基于 Visual Basic 6.0 语言环境编写计算机程序, 通过模拟搜索试算的方法(在车站设置的最小间距与最大间距之间搜索离散值, 每搜索一次站距增加步长 $S=20$ m, 显然步长值越小, 精度越高), 计算几种常见情况下的最优站距。在计算过程中, 式(15)中 λ 的求解引入了牛顿二分法。下文中将结合参变量的实际意义, 取其数值对模型进行分析, 并分析模型主要参数的灵敏度。

4 站距优化模型及参数灵敏度分析

根据下列参数的实际意义, 结合现场观测, 取如下固定值, 并测试其他主要参数的不同数值对应的变化情况: $a=1.0$ m²/s, $b=-1.2$ m/s, $v=8$ m²/s, $u_w=1.2$ m/s, $R_s=500$ m, $B=400$ m。

分析乘客平均出行时间与站距之间的关系, 分别将 L 、 T_s 、 D 取 3 组不同的参数, 得到如图 4 所示的曲线。

通过图 4 中的曲线变化趋势, 可得出如下结论:

(1) 对于一条确定的线路(即 L 、 T_s 、 D 为定值, 以下同), 乘客平均出行时间与站距之间大体呈二次抛物线关系, 因此存在使平均出行时间最小的最优站距(即拐点数值)。

(2) 对于一条确定的线路, 平均出行时间与站距的关系曲线表明, 最小值左侧的斜率大于右侧的, 这说明站距较小时对平均出行时间的影响较大, 而站距较大时影响相对较小。

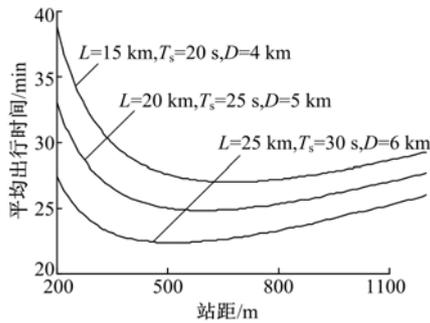


图 4 平均出行时间与站距的关系曲线

Fig. 4 Relation between average trip time and stop spacing

4.1 线路长度对最优站距的影响

在停靠时间一定,即取 $T_s = 20$ s 的情况下,分别计算 $D = 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0$ km 时,不同线路长度所对应的最优站距。计算时,线路长度取值为 11~20 km,从 11 km 起每隔 1 km 计算一次最优站距,一直计算到 20 km,得到图 5 所示曲线图。

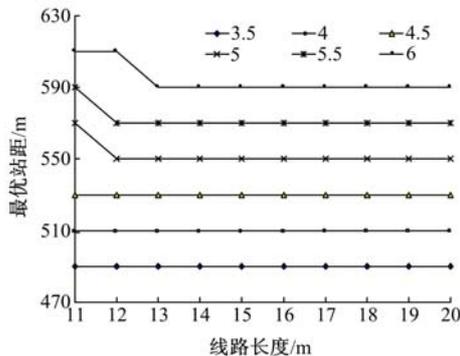


图 5 线路长度与最优站距的关系曲线

Fig. 5 Relation between line length and optimal stop spacing

从图 5 中可得出如下结论:

(1) 平均出行距离一定的情况下,最优站距几乎相同,即平均出行距离确定的情况下,为满足乘客平均出行时间最小,线路长度与最优站距基本无关。

(2) 对于同一线路长度,其他参数相同的情况下,最优站距随平均出行距离的增大而增大。即线路长度确定,为使乘客平均出行时间最小,最优站距宜随平均出行距离的增大而增大。

4.2 平均出行距离对最优站距的影响

在停靠时间一定,即取 $T_s = 20$ s 的情况下,分别计算 $L = 12, 14, 16$ km 时,不同平均出行距离对应的最优站距。计算时平均出行距离的取值为 3~8.5 km,即从 3 km 起每隔 0.5 km 计算一

次最优站距,一直计算到 8.5 km,得到图 6 所示的散点图。容易看出,在其他参数一定的情况下,最优站距与平均出行距离为线性关系。分别对图 6 所示 3 种线路长度下的最优站距曲线进行线性回归分析,得到最优站距与平均出行距离的线性表达式如下:

$$L = 12 \text{ km:}$$

$$d = 53.333D + 291.33, R^2 = 0.9883$$

$$L = 14 \text{ km:}$$

$$d = 45.818D + 324.55, R^2 = 0.9940$$

$$L = 16 \text{ km:}$$

$$d = 37.818D + 360.55, R^2 = 0.9912$$

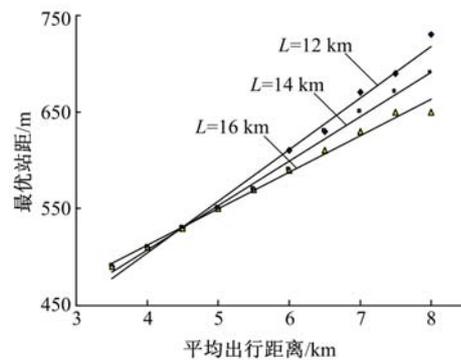


图 6 平均出行距离与最优站距关系曲线

Fig. 6 Relation between average trip distance and optimal stop spacing

由图 6 中曲线的变化趋势可得出如下结论:

(1) 对于一条具体确定的线路而言,为满足乘客平均出行时间最小,最优站距随平均出行距离的增大而增大,且二者大致呈线性关系。

(2) 对于相同的平均出行距离,当 $D \leq 4.5$ km 时,线路长度增加,为使乘客平均出行时间最小,最优站距应增大;当 $D \geq 4.5$ km 时,线路长度增加,为使乘客平均出行时间最小,最优站距应减小;需指出的是,实际工程中公交线路一般不会短于 8 km^[12]。

(3) 在其他参数相同的情况下,随着线路长度增大,拟合曲线的斜率减小,这意味着线路长度越长,最优站距对平均出行距离的影响敏感程度越下降。

4.3 停靠时间对最优站距的影响

在平均出行距离一定,即取 $D = 6$ km 的情况下,分别计算在 $L = 12, 14, 16$ km 时,停靠时间取 $T_s = 15, 20, 25, 30, 35, 40$ s 时的最优站距,得到停靠时间与最优站距的关系如图 7 所示。

由图 7 中曲线的变化趋势可得出如下结论:

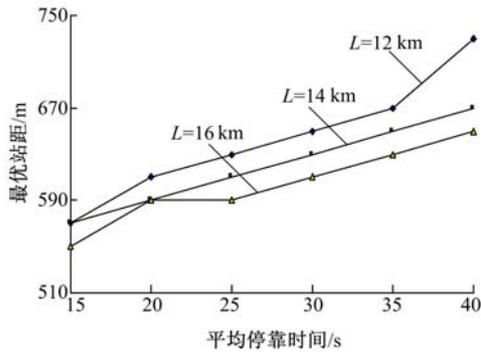


图7 平均停靠时间与最优站距关系曲线

Fig. 7 Relation between average dwell time and optimal spacing

(1) 对于相同的线路长度,最优站距随停靠时间的增大而增大,二者大体呈线性关系。而现实中停靠时间主要决定于上下客流量,此趋势说明,为使乘客平均出行时间最小,随停靠时间的增大应尽量增大平均站距。

(2) 对于相同的停靠时间,线路越长,最优站距越大。即在上下客流量确定的情况下,为使乘客平均出行时间最小,随线路长度增加宜增大平均站距。

4.4 各参数对最优站距的影响程度综合分析

当平均出行距离 $D=6$ km,停靠时间 $T_s=20$ s,线路长度 $L=14$ km时,可得最优站距为 590 m。

根据图4~图7,可得出如下结论:

(1) 若最优站距从 590 m 增加到 630 m,在其他参数不变的情况下,平均出行距离 D 需增加到 6.5 km(增加 8.3%),或停靠时间 T_s 增加到 30 s(增加 50%)。

(2) 若最优站距从 590 m 减小到 570 m,在其他参数不变的情况下,平均出行距离 D 需减小到 5.5 km(减小 8.3%),或停靠时间 T_s 减小到 15 s(减小 25%)。

由此可见,线路长度与最优站距基本无关。其次,平均出行距离 D 对于最优站距的影响要略大于停靠时间 T_s 。

5 结束语

在分析公交出行过程的基础上,基于公交出行距离的概率分布规律,以乘客平均出行时间最小化为目标,建立了公交站距优化模型。通过设

计算法求解,得到了公交最优站距与乘客平均出行时间、公交线路长度、乘客平均出行距离以及站点公交平均停靠时间之间的关系,得出了有益于指导公交站点设置和调整的结论,可应用于新建线路站点的选址与站距优化。应当指出的是,在实际应用中,为使本文所建模型更接近实际,还需利用实际客流量对模型进行校正,并将部分假设参数化,融入模型;另外,改进模型的优化目标等也可作为下一步研究与完善的方向。

参考文献:

- [1] Lesley L J S. Optimum bus-stop spacing[J]. Traffic Engineering and Control, 1976, 17 (11): 399-401.
- [2] Wirasinghe S C, Ghoneim N S. Spacing of bus-stops for many to many travel demand[J]. Transportation Science, 1981, 15 (3): 210-221.
- [3] Furth P G. Optimal bus stop spacing through dynamic programming and geographic modeling[C]// Transportation Research Record, 2000, 1731: 15-22.
- [4] Saka A A. Model for determining optimum bus-stop spacing in urban areas[J]. Journal of Transportation Engineering, 2001, 127 (3): 195-199.
- [5] Chien S I, Qin Z, Liu R. Optimization of bus stop location for improving transit accessibility[J]. Transportation Planning and Technology, 2004, 27 (3): 211-227.
- [6] 王伟,杨新苗,陈学武. 城市公共交通规划方法与管理技术[M]. 北京:科学出版社,2002:138-153.
- [7] 伍拾媒. 公交停靠站设置问题的研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学交通科学与工程学院,2002.
- [8] Transit Cooperative Research Program. Transit capacity and quality of service manual[R]. Washington: Transportation Research Board, 2003.
- [9] 建设部城市建设研究院. 居民出行基本特征分析及大城市公共交通客运需求量预测研究[R]. “七五”国家重点科技攻关计划项目(75-23-03),1991.
- [10] 盛骤,谢式千,潘承毅. 概率论与数理统计(2版)[M]. 北京:高等教育出版社,2002.
- [11] 覃裔. 轨道交通枢纽规划与设计理论研究[D]. 上海:同济大学交通运输工程学院,2002.
- [12] 同济大学城市规划设计研究所. GB50220-95 城市道路交通规划设计规范[S]. 北京:中国计划出版社,1995.